

# LA CONCEPTUACIÓN DE LA POSICIÓN POR LOS ALUMNOS DE 11 a 16 AÑOS. PROPUESTA DE DOMINIO DE INSTRUCCIÓN

JIMÉNEZ GÓMEZ, ENRIQUE<sup>1</sup> y GUIRAO MOYA, JOSÉ ANTONIO<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales. Universidad de Murcia

<sup>2</sup> Instituto de Enseñanza Secundaria Diego Tortosa de Cieza. Murcia

ejimenez@um.es

**Resumen.** En este trabajo se realiza un análisis de las diferentes maneras que tienen los sujetos (11 a 16 años) de describir la posición (lugar espacial) que ocupa un cuerpo respecto de otro que se utiliza como referente. Los resultados obtenidos respecto a la manera en que los alumnos conceptúan la posición junto a las dificultades que presenta la enseñanza de este concepto ha llevado a proponer el dominio instruccional de la posición, basado en el trabajo realizado por Fernández Durán, Jiménez Gómez y Solano (1997), que permite: *a)* definir los conceptos básicos de la cinemática; *b)* partir de la fenomenología física para llegar a alcanzar el modelo lógico-matemático de la cinemática y *c)* estructurar los conocimientos que de manera espontánea han generado los estudiantes en el modelo que se utiliza actualmente en la enseñanza de la cinemática.

**Palabras clave.** Posición, conceptualización de la posición, cinemática, dominio de instrucción de la posición.

## The conception of position held by young adolescents (11-16 years old). An instructional proposal of position

**Summary.** In this work, we analyse the different ways in which the subjects (11-16 years old) describe the position that an object occupies with respect to another used as reference. The results obtained concerning the way students conceptualise the position, together with the difficulties involved in teaching this concept, led us to propose an instructional domain based on the work of Fernández Durán, Jiménez Gómez y Solano (1997), which permits us to: *a)* define the basic concepts of kinematics; *b)* use the physical phenomenology as starting point to reach a logical-mathematical model of kinematics and, *c)* structure the knowledge spontaneously generated in the model currently used for teaching kinematics.

**Keywords.** Position, conception of position, kinematics, instructional field of position.

## INTRODUCCIÓN

Es frecuente comenzar la enseñanza de la física en la Enseñanza Secundaria Obligatoria y, en especial, en bachillerato con la cinemática y, dentro de este tema, con los conceptos de *sistema de referencia*, *vector de posición*, *trayectoria*, *distancia recorrida*, *desplazamiento*, etc.

Resulta sorprendente, según la mayoría de los profesores que asisten a los cursos de formación del profesorado,

que ya desde el inicio de la enseñanza de la física los alumnos empiecen a tener dificultades en el aprendizaje de los conceptos anteriores. Tales dificultades no son propias de un determinado nivel educativo sino que el problema continúa en el nivel universitario a la hora de describir la posición mediante el vector posición y el álgebra que conlleva (Saltiel y Malgrange, 1980; Ortiz et al., 2001, citado por Nguyen y Meltzer, 2003, entre

otros), e incluso Flores, Kanim y Kautz (2004) ponen de manifiesto que son pocos los alumnos universitarios que utilizan los vectores en sus respuestas cuando se les pregunta acerca de cuestiones básicas de introducción a la mecánica. Además de las dificultades que presentan los conceptos vectoriales, en especial para los estudiantes de secundaria (Johnstone y Mughol, 1976), otros autores como Hierrezuelo y Montero (1991) piensan que se debe a la metodología de enseñanza utilizada que no discrimina lo suficiente entre conceptos relacionados entre sí.

Además de las razones expuestas existen otras para justificar las dificultades que presentan tanto la enseñanza como el aprendizaje de los conceptos básicos de la cinemática. Sin embargo, si los problemas se inician al comenzar su estudio habría que buscarlos en el concepto más fundamental y básico de la mecánica, es decir en el concepto de *posición* y, por supuesto, en los conceptos con ella relacionados. De ahí que en este trabajo se haya investigado la manera de conceptualizar la posición por: a) estudiantes de edades comprendidas entre 11 y 16 años y b) autores de libros de texto.

Los resultados obtenidos en la investigación realizada, referida a los apartados a) y b), han llevado a la necesidad de establecer el dominio de instrucción de la posición, sobre la base del trabajo realizado por Fernández Durán, Jiménez Gómez y Solano (1997), que permite: a) definir los conceptos básicos de la cinemática; b) partir de la fenomenología física para llegar a alcanzar el modelo lógico-matemático de la cinemática, y c) estructurar los conocimientos que de manera espontánea han generado los alumnos en el modelo que se utiliza actualmente en la enseñanza de la cinemática.

## **LAS CONCEPTUACIONES QUE TIENEN LOS ALUMNOS ACERCA DE LA POSICIÓN**

En este epígrafe se aborda, en primer lugar, una revisión bibliográfica de los trabajos realizados sobre las concepciones que tienen los estudiantes acerca del concepto de *posición*. En segundo lugar, a partir del análisis bibliográfico, se han planteado los objetivos básicos a investigar. Para la consecución de los objetivos planteados, se ha diseñado un cuestionario que ha servido de base para la realización de entrevistas personales. A continuación, se ha realizado un análisis cuantitativo y cualitativo de las respuestas obtenidas en las entrevistas.

### **Trabajos realizados acerca de cómo conceptúan los sujetos la posición**

La posición que ocupa un cuerpo respecto de otro, que se utiliza como referente, ha sido objeto de estudio de psicólogos y profesores de ciencias. Los primeros, para describir cómo los humanos recordamos o describimos el lugar espacial que ocupa un cuerpo. Los segundos, porque toda descripción del estado de reposo y de movimiento de un cuerpo requiere del concepto de *posición*.

Desde la psicología se ha estudiado la manera cómo los alumnos de diferentes edades localizan un cuerpo; el punto de partida ha sido el trabajo de Piaget: «Localizar un punto en un espacio bidimensional», recogido por Holloway (1986), que consiste en dar dos hojas de papel rectangular, liso y blanco. Una se coloca en la esquina superior derecha de la mesa y la otra en la esquina inferior izquierda. En la primera hoja hay dibujado un punto rojo situado en el centro del cuadrante superior derecho. Se pide al sujeto que marque un punto en la segunda hoja (semitransparente) en la misma posición que en la primera, de modo que si se coloca la segunda hoja sobre la primera los dos puntos deben coincidir. El sujeto tiene a su disposición una regla de 20 cm, una vara, tiras de papel y trozos de cuerda.

A partir de los resultados obtenidos en la anterior tarea, Piaget encuentra varios estadios de desarrollo. El primero (4,0 a 4,6 años) se caracteriza porque los niños no utilizaban un sistema coordinado para localizar un punto, puesto que no hacían uso de los materiales proporcionados para poder medir: «Ellos simplemente localizaban el punto por estimación visual». Piaget reconoció que las estimaciones visuales eran bastante acertadas. En el subestadio 2b (alrededor de los 6 años), los niños colocan la regla de manera oblicua, a partir de una esquina del rectángulo o de otro punto prominente, mientras que en el subestadio 3a (alrededor de los 7 u 8 años) inician una medición oblicua única. En el estadio 3, el niño hace progresos definidos a la hora de aplicar e incluso construir sistemas de referencia.

Para Piaget, los niños no pueden localizar un punto en un espacio bidimensional sin previamente desarrollar un sistema de coordenadas rectangulares. Si bien esto deriva de una perspectiva muy específica, es decir el establecimiento de las etapas piagetianas yace en el uso, por parte del niño, de instrumentos de medida. Esta perspectiva lleva implícito que los niños ignoran los ángulos, inclinaciones y distancias hasta el momento en que son capaces de utilizar una cuerda o una regla para representar físicamente un punto respecto a un sistema de ejes coordinados.

Huttenlocher, Hedges y Duncan (1991) se preguntaban si los adultos desarrollaban un sistema espacial cognitivo en coordenadas rectangulares o polares. Para dar respuesta a esta pregunta proponen una tarea similar a la utilizada por Piaget con una muestra de adultos. En ella, se usa como modelo un conjunto de hojas de papel blanco con circunferencias negras de 15 cm de diámetro pintadas sobre ellas, una por página, donde cada figura circular contenía un punto negro de 1,5 mm. Las hojas de respuesta eran idénticas a las hojas modelo salvo que los círculos no contenían puntos. Se sentaba al entrevistado en un pupitre y se le mostraba el estímulo durante un segundo, después de lo cual se le pedía que intentase reproducir la localización del punto en la hoja de respuestas.

Para comprobar si el sujeto utiliza coordenadas polares o coordenadas rectangulares en la determinación de la localización del punto, recogieron datos de la distancia radial y angular o bien valores de abscisas y ordenadas.

Al comparar las distribuciones teóricas con las experimentales encontraron que las distribuciones experimentales se corresponden con lo que se esperaría si los sujetos estuviesen utilizando coordenadas polares. Así, y de manera experimental, concluyen que los adultos poseen un sistema espacial cognitivo en coordenadas polares, en contra de los resultados obtenidos por Piaget.

Posteriormente, Sandberg, Huttenlocher y Newcombe (1996) realizan un trabajo parecido al anterior pero con niños de 5 a 10 años. En una de las experiencias se mostraba un círculo y en su interior un punto, los niños debían mirar el círculo y recordar dónde estaba exactamente el punto y, después de que el círculo fuese quitado, se les mostraba una página azul homogénea en la pantalla de un ordenador, donde con un lápiz debían presionar en la pantalla la localización del punto observado. Posteriormente, el ordenador computarizaba las coordenadas polares de la respuesta.

Los resultados que encontraron fueron, entre otros, los siguientes: *a)* las respuestas de los niños de 5 a 7 años estaban apiñadas sobre la localización verdadera del punto presentado, lo cual es interpretado por los investigadores diciendo que son capaces de organizar jerárquicamente el espacio en dos dimensiones de un círculo, al menos a lo largo de la dimensión de la distancia radial y *b)* los niños hasta los 9 años no mostraban evidencia de haber adquirido la capacidad de organizar jerárquicamente un espacio de dos dimensiones de la manera que lo hacen los adultos, es decir no segmentan el círculo en cuatro cuadrantes.

Aguirre y Erickson (1984) estudiaron la comprensión que alcanzan los estudiantes de 15 a 16 años acerca de algunas magnitudes vectoriales, entre ellas la posición, antes del proceso de instrucción formal. Para ello, utilizaron entrevistas clínicas en las que utilizaron un plano en el que estaba dibujado un lago, un árbol (que representa un bosque), un barco y cinco puntos que representaban bancos de pesca.

El interés de los investigadores radicaba en determinar qué puntos de referencia usaban los estudiantes para localizar un objeto o lugar (p. e., un banco de pesca), si utilizaban un sistema de referencia para proporcionar una localización más precisa del objeto y si proporcionaban algunos indicios de orientación al describir la localización del mismo.

Para analizar los datos, Aguirre y Erickson utilizaron las reglas de Siegler y Richards (1979) y encontraron que los entrevistados utilizaban más de un objeto de referencia (cuerpos o lugares) para decir dónde estaba el banco de pesca, lo que venía a indicar que, para bancos distintos, usaban diferentes objetos de referencia. Por otro lado, en sus descripciones siempre utilizaban una distancia cuantitativa y una orientación cualitativa, pero el objeto de referencia para la distancia era diferente del de la orientación, lo que significa que para describir la posición del banco de pesca toman distintos objetos de referencia con el fin de dar una distancia cuantitativa y una orientación cualitativa.

Waller y otros (2000) realizaron un estudio acerca de la manera que tienen los estudiantes (edad media 18,5 años) de localizar un objeto en un ambiente virtual. Encontraron que los sujetos confían más en las distancias relativas que en la información de angularidad, excepto cuando se produce cerramiento del objeto por mojones o cuando la información angular, basada en mojones, está situada en ángulos rectos.

Si se analizan los resultados piagetianos se observa que hasta los 7 años los niños no desarrollan un sistema de dos dimensiones, lo que viene a indicar que la capacidad para romper el espacio a fin de llegar a realizar análisis dimensionales separados está unida a la emergencia de un sistema coordinado espacial cognitivo y a la aplicación física de aquel sistema coordinado.

Para Sandberg y otros (1996) localizar un punto en el espacio en dos dimensiones implica que debe estar presente alguna capacidad de manejar métricamente relaciones dimensionales, incluso si el niño no es consciente de ello y no emplea medidas evidentes. A pesar de los resultados que ellos obtienen y que son contradictorios con los obtenidos por Piaget, admiten que no son tan distintos sino que es un problema de utilizar diferentes criterios teóricos.

Lo anterior es una evidencia de que Piaget utiliza el sistema de coordenadas cartesiano para explicar los resultados de su investigación mientras que Sandberg y otros utilizan el sistema de coordenadas polares. Dicho de otra manera, que tanto unos como otros buscan en los entrevistados sus propios conocimientos y no los que realmente tienen, pues no debemos olvidar que tanto el sistema de coordenadas rectangulares (introducido en el siglo XVII) como el polar son fruto de gran número de convenios y supuestos que no es posible que los niños de 6 o 7 años ni muchos adultos puedan alcanzar por ellos mismos. Todo viene a indicar que tanto Piaget como Sandberg y otros no tienen duda en pensar que la información que ellos creen ver también debe ser vista por los niños. Así, si en una hoja de papel blanco en la que se ha dibujado un punto Piaget ve un sistema de coordenadas rectangulares, ¿por qué no lo va a ver también el niño? Si Sandberg y otros (1996) ven que en un círculo en el que se ha dibujado en su interior un punto hay dos ejes rectangulares que se cruzan en el centro o que el círculo se puede dividir en dos o en cuatro partes, ¿por qué no los va a ver el niño?

También hay que advertir que todos los autores utilizan un punto para trabajar su localización o la posición que ocupa respecto de uno o varios referentes, cuando en la naturaleza no existe el punto sino cuerpos, y para localizarlos o describir su posición se requiere de otro cuerpo que sirva de referente y se necesita valorar la separación que existe entre ellos, así como su orientación.

Si se quiere conocer el lenguaje que utilizan los sujetos y que surja de la información evidente que suministra la naturaleza, no se pueden utilizar puntos en sustitución de cuerpos ni utilizar un ambiente virtual como hacen Waller y otros (2000). De ahí que en este trabajo se pre-

tenda conocer el lenguaje natural que utilizan los niños y adolescentes a la hora de describir la posición que ocupa un cuerpo respecto de otro que sirve de referente.

## ¿Cómo describen los alumnos de 11 a 16 años la posición que ocupa un cuerpo respecto de otro?

Los objetivos básicos que se quieren investigar son:

1) Identificar qué referente o referentes utilizan los sujetos de 11 a 15 años al describir la posición que ocupa un cuerpo respecto de otro: un sistema de coordenadas rectangulares, un sistema de coordenadas polares o, por el contrario, utilizan simplemente una relación lineal binaria entre el cuerpo y el observador a través de la distancia que los separa y la orientación.

2) Determinar a qué edad se lleva a cabo la valoración métrica de la distancia y la orientación y, por tanto, pueden valorar métricamente la posición.

Para alcanzar los objetivos anteriores se ha utilizado un conjunto de experiencias en el entorno natural en que ellos se desenvuelven.

## Diseño del cuestionario

En el anexo 1 se expone el protocolo del cuestionario utilizado para identificar y describir la posición que ocupan los cuerpos. Consta de tres experiencias. Con las experiencias 1 y 2 se pretende identificar cómo describen los alumnos de 11 a 16 años la posición que ocupa un cuerpo. La diferencia entre ambas experiencias radica en que se cambia el contexto. Con la experiencia 3 se trata de suministrar al sujeto valores métricos de distancia y orientación y se les pide que coloquen un cuerpo en la posición correspondiente. Como las descripciones que se dan se corresponden con las posiciones de las experiencias 1 y 2, esto les permite confrontar sus respuestas de descripción de la *posición* con las respuestas acerca de la ubicación a partir de los datos métricos de distancia y orientación propuestos.

En la experiencia 1, primera tarea, los alumnos disponen de una calle recta en la cual deben describir la localización de un edificio singular del pueblo en el que residen. En la segunda tarea, se trata de que describan la ubicación de un objeto valioso situado en el centro de cuatro edificios, también de su localidad, que forman un cuadrado. En la tercera solamente tienen tres edificios, que no forman ángulo recto ni llano con el sujeto. En la cuarta y última tarea de la primera experiencia sólo queda el cuerpo cuya posición tiene que ser descrita respecto del observador.

En todas las tareas de la experiencia 1 se hacen preguntas análogas:

a) Una vez que el sujeto se ha situado en la puerta del instituto en el que está matriculado, le pide a un compañero que describa dónde se encuentra un determinado edificio singular del pueblo.

b) También se le pide que realice una descripción exacta de dónde se encuentra un cuerpo respecto de otro. Para ello se le proporciona una regla, un compás, un círculo graduado (transportador de ángulos), una trama cuadrícula de un centímetro de lado cada cuadrícula y un lápiz.

La experiencia 2 se hace en un contexto distinto. Sobre una mesa se colocan distintos cuerpos y un muñeco; se trata de describir la posición de los cuerpos respecto del muñeco. Para que puedan realizar las marcas o dibujos que estimen necesarios a la hora de hacer sus medidas, tanto el muñeco como los cuerpos se colocan sobre un trozo de papel blanco con el contorno irregular. Igualmente se utilizó un soporte, una nuez y una pinza del laboratorio escolar para poder mantener suspendido el objeto respecto del plano de la mesa. En esta experiencia se realizan dos tareas con preguntas análogas:

a) Describe dónde está la chincheta verde que se encuentra sobre la mesa con respecto al muñeco.

b) Describe dónde está la chincheta azul que sostiene la pinza con respecto al muñeco.

En la experiencia 3 el entrevistador hace descripciones, dando la posición con valores lingüísticos o métricos tanto de la distancia como de la orientación de los cuerpos utilizados en las experiencias 1 y 2, y el entrevistado tiene que colocar cada uno de los cuerpos en el lugar correspondiente.

Como se puede comprobar, para obtener la mayor información posible de los sujetos entrevistados, relativa al contenido objeto de investigación, se ha utilizado la variación contextual como estrategia metodológica (Marín, Jiménez Gómez y Benarroch, 2004). Ésta consiste en presentar diferentes situaciones en las cuales subyace el mismo contenido físico: se han cambiado los referentes, elementos a considerar en la descripción de las posiciones hasta conseguir que dichas descripciones se realicen desde el observador; también se han cambiado los cuerpos y el entorno en el que se realizan las experiencias, pues en la 1 se trataba de describir la localización de edificios o un objeto respecto a edificios singulares del pueblo donde habitan los sujetos entrevistados y, en la 2, de describir la posición de un cuerpo en el plano de una mesa o por encima de dicho plano.

Otra técnica metodológica utilizada ha sido la de confrontación, en la que se trata de confrontar las respuestas dadas por los sujetos entrevistados en las experiencias 1 y 2, en las que se describen las posiciones con las respuestas dadas en la experiencia 3, donde sitúan un cuerpo a partir de las descripciones lingüísticas o métricas de la posición facilitadas por el entrevistador.

## Obtención y tratamiento de datos

Por medio de entrevistas personales y utilizando el protocolo del anexo, cada alumno aportó gran cantidad de información. A partir de grabaciones en vídeo y en magnetófono se extrajeron los datos necesarios para llevar a

cabo la investigación. Se realizaron 19 entrevistas con sujetos de un amplio rango de edad (10,7 a 16,4 años) en un intento de obtener la mayor cantidad posible de respuestas. El número 19 se justifica por el hecho de que, a partir de la entrevista 16, las respuestas dadas por los entrevistados se repetían y no ofrecían nueva información. Las respuestas de los otros tres entrevistados ofrecían cierto grado de seguridad de que no aparecerían nuevos datos que generasen categorías empíricas distintas a las ya obtenidas.

#### a) Categorización y ordenación de las respuestas

Se han utilizado dos procedimientos complementarios e interdependientes a la hora de ordenar y clasificar las respuestas de los entrevistados:

- El inductivo. La idea es obtener un grupo de categorías que se adapten a las respuestas dadas por los sujetos en las entrevistas. El principal criterio adoptado consiste en agrupar las respuestas de los alumnos en función de sus analogías y diferencias.
- El deductivo. La utilización de criterios teóricos para enfatizar algún dato y también para ordenar las categorías.

Con las primeras entrevistas se construyó el primer sistema de categorías, también se obtuvieron nuevos datos en las siguientes entrevistas y, con el resto de entrevistas, se mejoraron las búsquedas y concretaron las categorías empíricas establecidas. Esta aproximación cíclica ha permitido obtener las categorías empíricas de las experiencias 1, 2 y 3. En la tabla 1, a modo de

ejemplo, figuran en la primera columna las diferencias cualitativas (categorías empíricas) encontradas para la experiencia 2 y más concretamente para la descripción de posición de cuerpo suspendido respecto del plano de la mesa; en la segunda columna, ejemplos de tipos de respuestas y, en la tercera, los sujetos entrevistados (las siglas se corresponden con las iniciales del nombre y los dos apellidos, entre paréntesis figuran la edad en años y meses cumplidos).

#### b) Análisis cuantitativo de los datos

Se han cambiado los contextos, se han utilizado descripciones de las posiciones ocupadas por los cuerpos (en una calle, en un plano y por encima del plano horizontal en el que se encuentra el observador) y se han confrontado respuestas de los sujetos acerca de la descripción de la posición que ocupan y de su colocación en el espacio. Por ello, se ha realizado un análisis cuantitativo para establecer los agrupamientos de los sujetos sobre la base de las respuestas obtenidas y categorizadas.

Para poner de manifiesto cuál es la estructura que subyace entre las categorías empíricas obtenidas para las experiencias 1, 2 y 3, se ha realizado un análisis *cluster* de casos. Este análisis empieza considerando cada sujeto como *cluster*; según un criterio de similitud se van agrupando a los otros similares entre sí o éstos a un *cluster* ya formado. El proceso continúa, paso a paso, hasta que todos los sujetos se encuentran bajo un mismo *cluster* (Dixon et al., 1990). Para ello, se utilizó como método de agrupamiento el de máxima distancia o mínima similitud (*linkage = complete*) que permite una mejor diferenciación entre los *cluster* de casos (Sánchez Carrión, 1984, p. 178).

Tabla 1

Categorías empíricas obtenidas en la experiencia 2 (descripción de la posición de un cuerpo suspendido respecto del plano de la mesa).

DIFERENCIAS CUALITATIVAS (CATEGORÍAS EMPÍRICAS)	TIPOS DE RESPUESTAS	SUJETOS (AÑOS Y MESES)
Describen la posición que ocupa un cuerpo colgado por encima de la superficie plana en la que se encuentra el muñeco, tomando éste como referente, mediante una descripción lingüística de la orientación.	a) La chincheta está hacia la derecha del muñeco y hacia arriba. b) La chincheta está hacia el sureste del muñeco.	CSD(12,1); PBM(12,6); JMM (13,7).
Describen la posición que ocupa un cuerpo colgado por encima de la superficie plana en la que se encuentra el muñeco, mediante una valoración métrica de la distancia del muñeco al cuerpo y lingüística de la orientación.	La chincheta está a 14 cm (medida mediante la regla entre el muñeco y la chincheta) y al sureste.	CMA(10,7); MGC(11,1); NPL(11,11); ATM (12,6); PLM(13,11); APP(15,4).
Describen la posición que ocupa un cuerpo colgado por encima de la superficie plana en la que se encuentra el observador, mediante una valoración métrica de la distancia del muñeco a la proyección del cuerpo sobre el plano horizontal donde se encuentra. Describen la altura desde dicho plano al cuerpo y hacen una descripción lingüística de la orientación.	La chincheta está a 15 cm (mide la distancia desde el muñeco hasta la proyección de la chincheta sobre la mesa), a 12 cm (mide la altura) y al sureste.	AMM(12,10); AAG(13,0); ASJ(15,2); POR(15,8).
Describen la posición de un cuerpo colgado por encima de la superficie plana en la que se encuentra el observador, mediante una valoración métrica de la distancia y de la orientación (medida a partir del ángulo que forma una orientación de referencia y la dirección que forma el pie del muñeco y la proyección del cuerpo sobre el plano de la mesa).	La chincheta está a 15 cm (desde el muñeco hasta la proyección de la chincheta sobre la mesa), a 12 cm (mide la altura de la chincheta respecto de la mesa) y a 40° sur-sureste.	TGA(14,5); FFM(14,8); GSD(14,10); CLA(15,7); IVT(15,7); ICA(16,4).

El análisis *cluster* de casos divide la muestra en dos grupos en los que los sujetos integrantes de cada uno de los grupos presentan un comportamiento similar entre sí. De este modo, a través de las categorías asociadas a cada individuo y de los grupos de categorías se puede caracterizar a cada uno de los grupos: el *cluster* 1, formado por los sujetos que han respondido a las preguntas de las experiencias 1, 2 y 3 con respuestas directamente relacionadas con las descripciones métricas tanto de la distancia como de la orientación, y el *cluster* 2, constituido por los sujetos que han respondido a las mismas preguntas utilizando valoraciones métricas de la distancia y lingüísticas de la orientación.

### c) Análisis cualitativo de los datos

Un análisis más detallado de las categorías empíricas obtenidas para las experiencias 1, 2 y 3 pone de manifiesto que todos los sujetos entrevistados describen la posición que ocupan los cuerpos mediante una valoración métrica de la distancia y lingüística de la orientación, a través de los términos *izquierda, derecha, hacia arriba, hacia abajo, hacia un lado o hacia otro*, al N, S, E, W, NE, etc., pues todos los sujetos entrevistados son capaces de ponerse en el lugar de otro sujeto u otro referente para realizar las descripciones de la posición que ocupan los cuerpos.

Por otro lado, los sujetos utilizan el referente o los referentes que más fácil les resultan a la hora de realizar descripciones de la localización de un cuerpo. La elección de los referentes tiene que ver con los ángulos que éstos forman, pues como dice Waller y otros (2000), los mojoneros o referentes situados en ángulo recto y que cierran el objeto a describir son los más utilizados por la mayoría de los sujetos entrevistados. Sin embargo, cuando los mojoneros o referentes no presentan un ángulo recto, las descripciones que suelen realizar las hacen con referencia al propio sujeto.

La descripción de la posición que ocupa un cuerpo suele hacerse, por parte de los entrevistados, siguiendo varias estrategias. La más utilizada en la experiencia 1 fue elegir el referente para hacer la descripción y a partir de ahí marcar ángulos rectos, es decir trazar una línea imaginaria hacia arriba o hacia abajo, establecer el segmento lineal recto y luego cambiar el sentido 90° y trazar otro segmento de recta hasta alcanzar el cuerpo. De ahí que su descripción sea del tipo siguiente: «*se bajan 100 metros hacia abajo y luego se gira hacia la derecha y se anda otros 600 metros*». Otra estrategia es establecer la relación entre el observador y el cuerpo para evaluar métricamente la distancia y luego especificar la orientación.

Del análisis cualitativo y cuantitativo se infiere que los entrevistados (11 a 16 años) utilizan la distancia y la orientación para describir la posición que ocupa un cuerpo respecto de otro. La uniformidad de los datos y el hecho de que todos los sujetos realizan descripciones lingüísticas ponen de manifiesto que la posición que ocupa un cuerpo respecto de otro es una relación lineal y binaria entre ambos y, por tanto, su descripción en el ámbito

lingüístico está al alcance de todos. Algo diferente es la valoración métrica de la distancia y de la orientación, que requiere de otras concepciones más complejas, en especial la orientación.

Todos los alumnos entrevistados hacen valoraciones métricas de las distancias o de la separación entre cuerpos (con estos términos nos referimos a que los sujetos no reducen los cuerpos sólidos a su centro geométrico o a su centro de masas sino que eligen un punto del cuerpo que suele ser el más próximo o que ellos consideran como más significativo). Alrededor de los 13 años empiezan a realizar valoraciones métricas de la orientación a través del ángulo cuando el cuerpo se encuentra en una superficie plana en la que también está el observador (una tercera parte de los sujetos entrevistados). A los 14 años, algunos sujetos (inferior a una tercera parte de los entrevistados) valoraron métricamente la orientación cuando el cuerpo estaba colgado por encima de la superficie horizontal en la que estaba situado el observador. También hay que destacar que en la descripción de la orientación los estudiantes tampoco reducen el cuerpo a su centro de masas o centro geométrico sino que eligen el punto más próximo o que consideran más significativo para ellos.

Respecto del referente o referentes a utilizar, los sujetos no utilizan el mismo a la hora de realizar las descripciones de la posición de los cuerpos sino que cambian de referente y eligen aquel que consideran más adecuado; resultados análogos fueron obtenidos por Aguirre y Erickson (1984). Cuando los referentes no forman ángulos rectos entre sí, el referente que suelen utilizar es el propio sujeto.

Hasta ahora se ha mostrado la manera en que los entrevistados (11 a 16 años) describen la *posición* que ocupa un cuerpo respecto de otro, previo al proceso de instrucción. Esta descripción es fundamental para demostrar los cambios de posición en el tiempo y, por tanto, el movimiento.

## EL CONCEPTO DE POSICIÓN EN LOS LIBROS DE TEXTO

Uno de los problemas básicos que suele existir en la enseñanza de determinados términos es el relativo a cómo se conceptúan. De ahí que se haya realizado un análisis del contenido informativo que los libros de texto de enseñanza secundaria obligatoria y bachillerato asocian al término *posición*.

En la tabla 2 aparece, en la primera columna, una serie de editoriales seleccionadas por ser de las más utilizadas en los institutos de enseñanza secundaria; en la segunda, las definiciones dadas al término *posición* en 2º y 4º curso de la ESO. En la tabla 3 se describen las definiciones dadas por los libros de texto de diferentes editoriales al vector posición y a la posición en 1º de bachillerato. Se observa:

Tabla 2:

a) El término *posición* lo dan por sabido. De ahí que no le asocien ningún contenido informativo (Edebé, 1997).

b) La información que asignan al término *posición* la mayoría de los libros de texto está relacionada sólo con la distancia. Cuando el cuerpo está en un espacio bidimensional o tridimensional utilizan la distancia de dos o tres coordenadas cartesianas (Anaya, 2000; Anaya, 2003; Oxford Educación, 2003a; Editex, 1999; Oxford Educación, 2003b; Santillana, 2003).

c) La información que Casals (1998) asigna a la posición sólo está relacionada con la longitud.

b) Escriben acerca de la posición de un cuerpo o un móvil respecto de un sistema de referencias. Sin embargo, cuando lo hacen acerca del vector de posición sólo hacen referencia a la posición de un punto o una partícula (Anaya, 2000; Edebé, 2002; Editex, 2002; Oxford Educación, 2002 y Santillana, 2000).

c) Sólo escriben acerca de la posición de un punto (Anaya, 2000).

De la tabla 2, se deduce que la información que asignan los libros de texto de la ESO a la posición está relacionada sólo con la distancia y, en el mejor de los casos, por dos o tres coordenadas cartesianas según si el objeto se encuentra en un plano o en un espacio tridimensional.

Tabla 3:

a) La posición es definida por el vector posición, siendo el vector de posición de un punto aquel que tiene por origen el sistema de referencias y por extremo, la posición que ocupa el punto en ese instante (Anaya, 2000; Edebé, 2002; Editex, 2002; Oxford Educación, 2002 y Santillana, 2000).

Si se hace un análisis del contenido informativo que asignan los libros de texto de bachillerato al vector posición (Tabla 3), la *posición* es el *vector posición* y el *vector posición* es la *posición*. ¿Cómo es posible que esta definición circular aparezca en la mayoría de los libros de texto de física? ¿Estamos hablando de una duplicidad de conceptos que tienen igual contenido informativo?

Tabla 2  
Información que asocian los libros de texto de la ESO a la palabra *posición*.

Editorial	Posición 2º de ESO
Anaya 2000	«Para establecer la posición que ocupa un objeto en el plano, tomamos un sistema de referencia, que habitualmente son unos ejes de coordenadas, y expresamos la distancia del objeto a cada uno de estos ejes. Estos números definen la posición o coordenadas cartesianas del punto donde se encuentra el objeto» (página 12).
Edebé 1997	No se define el término <i>posición</i> pero se utiliza: «[...] definimos el movimiento como el cambio de posición que experimenta un cuerpo respecto a un sistema de referencia» (página 22).
Oxford Educación 2003	«Si quieres establecer la posición respecto a ti en los puntos A, B, C y D, deberás trazar una línea recta desde tu posición a cada uno de esos puntos y medir las distancias que te separan de cada uno de ellos» (gráfico de una lancha motora que describe una trayectoria sinuosa frente al observador) (página 30).
Vicens Vives 2003	La posición de un objeto es el lugar en que se encuentra en cada momento. Para conocer las posiciones que va ocupando un móvil necesitamos una referencia respecto a la cual situarlas (página 22).
Editorial	Posición 4º de ESO
Anaya 2003	«Llamaremos posición al lugar donde el coche se encuentra respecto del origen, y la expresaremos por la distancia, medida sobre la carretera, entre ese punto y el origen. Esta forma de definir la posición es la más adecuada para un tratamiento escalar del movimiento. Cuando hagamos un tratamiento vectorial, utilizaremos los ejes de coordenadas» (página 13).
Casals 1998	«Si el móvil se halla en un punto P, su posición se expresa por la longitud $s$ de la porción de trayectoria comprendida en O y P. [...] asignaremos valor positivo a la longitud $s$ si el sentido O hacia P es el que hemos escogido como positivo» (página 7).
Editex 1999	«Posición es el lugar que ocupa un cuerpo respecto a un sistema de referencia: [...]» »Un punto en un plano se designa mediante dos coordenadas (x,y) que indican la distancia desde dos rectas perpendiculares entre sí, que se cortan en el origen del sistema de referencia, hasta el punto considerado» (página 10).
Oxford Educación 2003	«La posición de un objeto se puede fijar midiendo la distancia que lo separa de un punto determinado» «Ese punto se utiliza como sistema de referencia del movimiento. Generalmente, como sistema de referencia se utilizan unos ejes de coordenadas [...]» (página 21).
Santillana 2003	«La posición de un móvil indica la situación del mismo en la trayectoria respecto a un origen de referencia: En muchos casos, la posición se indica con un solo número que indica la distancia existente entre el móvil y el origen de referencia [...] Otras veces, para mostrar la posición se indican dos números. Se usa en matemáticas para señalar la posición de un punto en un plano [...]» (página 8).

Al igual que ocurre en el lenguaje ordinario, la *posición* sigue haciendo referencia al lugar que ocupa un *móvil*, un *cuerpo*, una *lancha*, un *punto*, etc., dando por sentado que todos los estudiantes aceptan que tal lugar es expresable como un punto sea cual sea el estado del cuerpo (quietud, reposo, movimiento o de interacción) o la forma en que el cuerpo se mueva (que conserve o no la orientación de su figura).

Como se ha puesto de manifiesto, para describir la *posición* de un cuerpo mediante la distancia de las coordenadas o por el vector posición, se requiere de una serie de convenios y supuestos (Burbano de Ercilla et al., 1993, pp. 26 y 27) que algunos alumnos pueden rechazar, generando una actitud negativa hacia la física. Otros los pueden aceptar, pero en este caso, puede ocurrir que lo hagan si poseen un desarrollo cognitivo adecuado o, por el contrario, que los acepten por habituación y de manera dogmática, generando dos contextos: el suyo (descrito en el epígrafe anterior) y el que el profesor les propone, hecho observado por Aguirre y Erickson (1984), Saltiel y Malgrange (1989), Flores y otros (2004), entre otros.

Como se ha podido observar a través de la bibliografía utilizada, existen problemas de enseñanza y aprendizaje. Esto puede deberse a que los contenidos informativos que asignan los libros de texto al término *posición* no son adecuados y, sobre todo, están alejados de las concepciones que tienen los estudiantes. Por otro lado, las investigaciones realizadas ponen de manifiesto que existen dificultades para los alumnos, especialmente universitarios, cuando quieren localizar la posición mediante el vector posición y el álgebra que conlleva (Saltiel y Magrange, 1980; Aguirre y Erickson, 1984; Ortiz et al.,

2001, citado por Nguyen y Meltzer, 2003, entre otros), lo que debe implicar que la mayoría de los alumnos no lleguen a estructurar sus conocimientos en el modelo lógico-matemático utilizado actualmente en la enseñanza de la cinemática. De ahí, la necesidad de realizar un dominio de instrucción que permita, mediante la enseñanza, partir de la información evidente que suministra la naturaleza y llegar a conceptualizar la posición y conceptos básicos de la cinemática con ella relacionados.

## DOMINIO INSTRUCCIONAL

La posición como magnitud física ha sido definida por Fernández Durán y otros (1997) como «la relación espacial lineal binaria y única entre dos puntos que representan a dos cuerpos. Dicha relación viene dada por la distancia y la orientación». Por tanto, sólo es posible hablar del concepto de posición como magnitud física cuando se tengan dos puntos que representan a dos cuerpos no deformables. De ahí, la necesidad de hacer explícito al alumno, a través de la estática y de la cinemática, por qué un cuerpo se puede representar por un punto.

Si se reduce un cuerpo a un punto y este punto equivale a su lugar espacial, el punto que sustituye al cuerpo es el sistema físico quieto o punto físico. Si además se considera el aspecto geométrico del movimiento, se tendrá el sistema cinemático o aspecto geométrico del movimiento del punto físico. El hecho de reducir un cuerpo a un punto es lo que permite definir la posición como magnitud física y definir también la distancia y la orientación tal como lo hacen Fernández Durán y otros (1997).

Tabla 3  
Información que asocian los libros de texto de 1º de bachillerato a la palabra *posición* y vector posición.

Editorial	Posición 1º de bachillerato
Anaya 2000	«Para determinar la posición que ocupa un punto, P, en un sistema de referencia definimos el vector de posición: El vector de posición de un punto es aquél que tiene por origen el sistema de referencia y por extremo, la posición que ocupa el punto en ese instante» (página 43).
Edebé 2002	« Para determinar la posición de un móvil en el plano basta un sistema de dos ejes de coordenadas OX, OY. La posición del punto queda determinada por dos coordenadas x, y. [...] El vector OP se denomina vector de posición, r, del punto P» (página 28).
Editex 2002	«Posición es el lugar que ocupa un cuerpo respecto a un sistema de referencia. [...] La posición de una partícula en una línea recta se determina con una coordenada (x). Para localizarla en el plano se necesitan dos coordenadas (x,y) y en el espacio, se precisan tres coordenadas (x,y,z). El vector de posición es un vector que tiene por origen el del sistema de referencia y por extremo, la posición del móvil en ese instante» (página 34).
Oxford Educación 2002	«La posición de un cuerpo con respecto a un punto de referencia queda definida por el vector que une dicho punto de referencia con el lugar ocupado por el cuerpo. El origen de dicho vector de posición es el del sistema de referencia, y su extremo, el lugar ocupado por el cuerpo» (página 234).
Santillana 2000	«En general, cuando un móvil se desplaza sobre un plano sin seguir una trayectoria previamente conocida, para expresar su posición en un instante dado se suele tomar como sistema de referencia unos ejes de coordenadas cartesianas y se traza una flecha (vector) desde el origen de las coordenadas al punto en que se encuentre el móvil. A este vector se llama vector de posición y se simboliza por r» (página 22).



## Distancia, dirección y sentido

La *distancia* es una magnitud fundamental y, por tanto, no definible (no hay otra más sencilla de la que dependa), pero es inteligible a todo ser que haya alcanzado la racionalidad (admite la descripción y la delimitación). Las distancias se pueden comparar entre sí porque su forma es siempre la misma. La medida de una distancia se da en función de otra que se adopta por convenio.

El vocablo *distancia* se utiliza para designar el conjunto de puntos mínimos que hay entre dos puntos dados (módulo del segmento lineal recto que une dichos puntos). Cuando se hace referencia al conjunto de puntos que corresponde a un segmento lineal cualesquiera o que no está determinado explícitamente, se usa el vocablo *longitud* (p. e., se habla de la longitud de la circunferencia y no de su distancia). Por consiguiente, la longitud es una extrapolación de la distancia a otras formas distintas de la recta (toda distancia es una longitud, pero no toda longitud es una distancia).

El segmento de recta es la relación espacial binaria unívoca entre dos puntos, la extrapolación ilimitada de dicha relación espacial conservando su forma única se denomina recta (si dicha extrapolación se hace sólo por el extremo en que se encuentra el cuerpo se denomina semirrecta). Cuando la recta se considera sin tener en cuenta cómo se genera (prescindiendo de la secuencia observador-cuerpo o la contraria), se denomina *dirección*.

La otra cualidad de la relación espacial binaria entre el observador y el cuerpo es precisamente la secuencia observador-cuerpo (siempre es el observador el que ve el cuerpo y nunca ocurre lo contrario). El *sentido* es el que permite al observador decir si un cuerpo está hacia un lado o hacia otro, hacia arriba o hacia abajo, hacia la parte positiva o negativa de un centro de referencia, etc. De igual manera que se generaliza la distancia del segmento recto a la longitud de un trozo de línea de forma cualquiera, se generaliza el sentido del segmento recto: cuando un camino es distinto del segmento recto se toman trozos del mismo cada vez más pequeños hasta que dichos trozos se puedan considerar segmentos rectos y el sentido de cada uno de dichos trozos (cuya distancia puede ser muy pequeña) es la *orientación*.

Es frecuente en el lenguaje coloquial, e incluso en las monograsías, el uso indistinto de *sentido*, *orientación* y *dirección*; pero un *sentido* tiene infinitas orientaciones todas iguales, mientras que una orientación sólo tiene un *sentido* y una dirección corresponden dos *sentidos*.

## Comparación y suma de posiciones

La posición,  $\mathbf{R}$ , viene dada por una distancia,  $R$ , y una orientación,  $\mathbf{r}$ . Si se quieren comparar posiciones que tienen el mismo origen y el mismo sentido, la comparación se reduce a una comparación de distancias.

Cuando se quieren sumar posiciones que tienen el mismo valor (la misma distancia y la misma orientación) y cum-

plen con la condición de continuidad, su suma equivale a la multiplicación de una de ellas por su número:

$$\mathbf{R} = R_1 \mathbf{r} + R_2 \mathbf{r} + R_3 \mathbf{r} + R_4 \mathbf{r}; \text{ si } R_1 = R_2 = R_3 = R_4; \mathbf{R} = 4R \mathbf{r}$$

En el caso de querer sumar dos posiciones que tienen el mismo origen, se encuentran en un mismo plano, una está a continuación de la otra y la distancia no cambia, la posición se obtiene mediante la suma de las orientaciones (aberturas) y se siguen las normas de la suma de los números reales. Por ejemplo si la orientación  $\mathbf{r}_1$  tiene una abertura de  $20^\circ$  referida a la orientación  $\mathbf{r}_2$  y la orientación  $\mathbf{r}_3$  tiene un valor de abertura de  $13^\circ$  respecto de la orientación  $\mathbf{r}_1$ , entonces el valor de la orientación de  $\mathbf{r}_3$  respecto de  $\mathbf{r}_2$  será  $20^\circ + 13^\circ = 33^\circ$ .

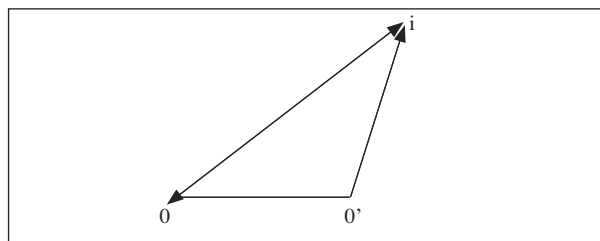
En otros casos no es posible la comparación de posiciones, aunque siempre será posible comparar distancias y, si tienen origen común, orientaciones. Esta dificultad de comparación no elimina el carácter de magnitud física de la posición, pues algo parecido ocurre con las magnitudes vectoriales.

La unidad de la posición se da en metros como si fuesen simples distancias, lo que obliga a que los problemas de orientación sean resueltos a través de una operatividad funcional (se toma como sentido de referencia el que se supone conocido o tres que se suponen fijos y perpendiculares dos a dos). Esta operatividad funcional es fácilmente identificable como modelo matemático sin tener en cuenta que su origen está en el planteamiento y análisis de la fenomenología física.

Por ejemplo, supongamos que Pedro se encuentra en la posición  $O'$ , su coche en  $i$  y su casa en  $O$ . Si quiere recoger el coche puede ocurrir: *a*) que tenga las llaves, en ese caso se dirige directamente a  $i$ , o *b*) que no las tenga, en ese caso tiene que recogerlas en su casa que se encuentra en  $O$ , y luego ir a  $i$ .

Si tiene las llaves tendrá que ir desde  $O'$  a  $i$ , por lo que tendrá que recorrer una distancia  $R_{O'i}$  y en orientación  $\mathbf{r}_{O'i}$ , por tanto cuando Pedro está en  $i$  su posición vendría dada por  $R_{O'i} \mathbf{r}_{O'i}$  o bien por  $\mathbf{R}_{O'i}$ .

Figura 1  
Recogida de un coche.



Si no tiene las llaves debe ir primero a  $O$ , por lo que debe recorrer una distancia  $R_{O'O}$  en la orientación  $\mathbf{r}_{O'O}$ , es decir la posición vendría dada por  $R_{O'O} \mathbf{r}_{O'O}$  o bien por  $\mathbf{R}_{O'O}$ . Posteriormente, debería ir desde  $O$  a  $i$ , recorriendo

la distancia  $R_{oi}$  en la orientación  $r_{oi}$  donde la posición vendría dada por  $R_{oi}$ , por lo que la posición  $R_{oi}$  se puede obtener también por la suma de las otras dos ( $R_{oo}$  y  $R_{oi}$ ), siguiendo la regla del polígono, pues el módulo y el sentido del resultado dependen del extremo del último sumando cuando tienen o se suponen en continuidad espacial:  $R_{oi} = R_{oo} + R_{oi}$ .

Los ejemplos anteriores son una muestra para poner de manifiesto que debido a la continuidad espacial de los cambios de posición que puede sufrir un punto físico se llega al cálculo vectorial y, por tanto, al modelo actual de la cinemática, en el que el vector de posición tiene un papel fundamental. Por otro lado, es posible desde la fenomenología física llegar a los conceptos matemáticos de *recta*, *semirrecta*, *segmento lineal recto*, *dirección*, *sentido*, *cálculo vectorial*, concepto de *vector de posición*, entre otros, llegándose a las conceptualizaciones de los conceptos matemáticos desde la fenomenología física y no al revés, como hacen muchas monografías en las que parten del cálculo vectorial como introducción a los estudios de la cinemática.

### Reposo, movimiento, trayectoria, camino recorrido, desplazamiento y velocidad

El análisis de la posición permite diferenciar a los cuerpos con posición constante o simétrica en el tiempo (sólidos en *reposo*) y a los cuerpos con posición variable o asimétrica en el tiempo (sólidos en *movimiento*).

La *trayectoria* es una línea (lugar geométrico) que pasa por todas las posiciones que ocupa el móvil (representado por un punto) en cada instante. De ahí que el *camino recorrido* pueda definirse también como la longitud a lo largo de la trayectoria entre dos lugares dados de ella (o entre los instantes o posiciones correspondientes).

La variación de la posición puede deberse a la distancia, al sentido o a ambos. En el primer caso se tiene un movimiento recto, en el segundo, circular y en el tercero, curvilíneo.

El incremento finito de la posición es una magnitud física que se denomina *desplazamiento* y la variación infinitesimal temporal de la posición es también otra magnitud física que se denomina *velocidad*.

Como se puede observar a partir de la magnitud física de la posición es posible definir todos los conceptos fundamentales de la cinemática. Incluso, como se ha puesto de manifiesto, es posible explicar el carácter vectorial de la posición desde la propia fenomenología física, además de estructurar los conocimientos que de manera espontánea han generado los alumnos en el modelo que se utiliza actualmente en la enseñanza de la cinemática. De esta manera, se evita un salto tan elevado como es definir el concepto de *vector de posición* y, a partir de él, el desplazamiento, la trayectoria, el camino recorrido, la velocidad, etc.

## CONCLUSIONES

### Referidas a la investigación realizada

Los sujetos entrevistados:

1) Describen la *posición* que ocupa un cuerpo respecto de otro sin utilizar ningún sistema de referencias, sólo establecen una relación lineal binaria entre el observador y el cuerpo o entre dos cuerpos.

2) Nunca utilizan el mismo referente para describir la *posición* que ocupa un cuerpo, sino que utilizan aquel que les resulta más fácil.

3) La descripción de la posición que ocupa un cuerpo respecto de otro se basa en primer lugar en una descripción lingüística de la distancia y de la orientación. Posteriormente, las descripciones se realizan mediante valoraciones métricas tanto de la distancia como de la orientación, siendo la valoración métrica de la distancia la primera que se realiza antes de los 11 años y la de la orientación a partir de los 13.

4) Los alumnos siempre hacen la valoración métrica de la distancia entre dos puntos (los más próximos o los más importantes para ellos), pero nunca lo hacen para el más representativo según la estática (el centro geométrico si el sólido es regular y el centro de masas si es irregular).

5) Las valoraciones métricas de la orientación las hacen a partir del ángulo formado por la orientación que hay entre dos puntos que ellos consideran significativos, uno de cada cuerpo, y una orientación que ellos consideran como referente.

### Referidas a los libros de texto

El hecho de dar por sabido en los libros de texto de la ESO el concepto de *posición* o definirlo sólo como distancia o por dos coordenadas cartesianas en plano o tres en el espacio entraña dificultades de enseñanza y de aprendizaje, pues la posición no es sólo distancia y los alumnos no relacionan su conceptualización de la posición con las coordenadas rectangulares de un sistema de referencias.

En bachillerato la posición es definida por los libros de texto por el vector de posición, lo que dificulta también su enseñanza y su aprendizaje, pues los vectores y el cálculo vectorial llevan asociados gran cantidad de convenios, que en muchos casos no suelen hacerse explícitos. En este contexto muchos alumnos, al no tener el nivel cognitivo necesario, los deben adoptar simplemente por habituación.

Pensamos que la estructura cinemática basada en el vector posición, como magnitud fundamental de la ci-

cinemática, no se debe utilizar sino que se le debe asociar el contenido informativo necesario para que los alumnos puedan aprender su significado. No obstante, es posible estructurar la cinemática a partir del concepto de *posición* sin necesidad de utilizar el vector posición, como se ha expuesto anteriormente (para más información ver Fernández Durán, 1987). Hay que señalar que lo importante no es partir del cálculo vectorial para a continuación estudiar la cinemática sino llegar al cálculo vectorial a través de la fenomenología física.

### Referidas al dominio instruccional

El dominio instruccional propuesto debe permitir a los estudiantes, mediante el proceso de enseñanza:

1) Definir la posición y conceptos con ella relacionados de manera precisa, sin elementos que confundan al estu-

diente y sin establecer definiciones circulares, tales como las que aparecen en los libros de texto de bachillerato acerca del concepto de *vector de posición*.

2) Progresar desde el nivel conceptual de *posición* que tienen los entrevistados hacia el concepto físico de *posición* como magnitud física.

3) Estructurar la información que han generado de manera espontánea en el modelo lógico-matemático de la cinemática.

### NOTA

El presente trabajo ha sido financiado por la DGICYT como parte del proyecto BSO2001-0496 del Programa Sectorial de Promoción General del Conocimiento.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGUIRRE, J. y ERICKSON, G. (1984). Students' Conceptions about the vector characteristics of three physics concepts. *Journal of Research in Science Teaching*, 21(5), pp. 439-457.
- BURBANO DE ERCILLA, S., BURBANO GARCÍA, E. y CRACIA MUÑOZ, C. (1993). *Física General*. Zaragoza: Mira Editores.
- DIXON, W.J. et al. (1990). *BMDP Statistics Software Manual*. Berkeley: University of California Press.
- FERNÁNDEZ DURÁN, E. (1987). *Física Estructural y Compendiada*. Granada: Servicio de reprografía de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada.
- FERNÁNDEZ DURÁN, E., JIMÉNEZ GÓMEZ, E. y SOLANO MARTÍNEZ, I. (1997). Análisis del concepto de posición en la Enseñanza Obligatoria Básica, en Jiménez Pérez, R. y Wamba Aguado, A.M. (eds.). *Avances en la Didáctica de las Ciencias Experimentales*. Huelva: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Huelva.
- FLORES, S., KANIM, S.E. y KAUTZ, C.H. (2004). Student use of vectors in introductory mechanics. *Am. J. Phys.*, 72(4), pp. 460-467.
- HIERREZUELO M.J. y MONTERO, M.A. (1991). *La Ciencia de los Alumnos. Su utilización en la Didáctica de la Física y la Química*. Málaga: Editorial Elzevir.
- HOLLOWAY, G.E.T. (1986). *Concepción de la geometría en el niño según Piaget*. Barcelona: Paidós Ibérica S.A.
- HUTTENLOCHER, J., HEDGES, L.V. y DUNCAN, S. (1991). Categories and particulars: prototype effects in estimating spatial location. *Psychological Review*, 98(3), pp. 352-376.
- JOHNSTONE, A. y MUGHOL, A. (1976). Concepts of physics in the secondary level. *Physics Education*, 11, pp. 466-471.
- MARÍN, N., JIMÉNEZ GÓMEZ, E. y BENARROCH, A. (2004). How can we identify replies that accurately reflect students' knowledge? A methodological proposal. *International Journal of Science Education*, 26(4), pp. 425-445.
- NGUYEN, N.L. y MELTZER, D.E. (2003). Initial understanding of vector concepts among students in introductory physics courses. *Am. J. Phys.*, 71(6), pp. 630-638.
- SALTIEL, E. y MALGRANGE, J. (1980). Spontaneous ways of reasoning in elementary kinematics. *European Journal of Science Education*, 2(1), pp. 73-80.
- SANDBERG, E.H., HUTTENLOCHER, J. y NEWCAMBE, N. (1996). The development of hierarchical representation of two-dimensional space. *Child Development*, 67, pp. 721-739.
- SÁNCHEZ CARRIÓN, J.J. (1984). *Introducción a las técnicas de análisis multivariable aplicadas a las Ciencias Sociales*. Madrid: Centro de Investigaciones Sociológicas.
- SIEGLER, R.S. y RICHARDS, D.D. (1979). Development of Time, Speed and Distance Concepts. *Developmental Psychology*, 15(3), pp. 288-298.
- WALLER, D., LOOMIS, J.M., GOLLEDGE, R.G. y BEALL, A.C. (2000). Place learning in humans: The role of distance and direction information. *Spatial Cognition and Computation*, 2, pp. 333-354.

## LIBROS DE TEXTO UTILIZADOS

- ANAYA: Balibrea, S., Reyes, M., Correa, J., Alvarez, A. y Sáez, A. (2000). *Ciencias de la Naturaleza. 2º ESO*. Madrid: Editorial Anaya.
- ANAYA: Balibrea, S., Reyes, M., Correa, J., Alvarez, A. y Sáez, A. *Física y Química. 4º ESO*. Madrid: Editorial Anaya.
- CASALS: Dou, J.M., Masjuan, M.D. y Pfeiffer, N. (1998). *Física y Química. 4º ESO*, Barcelona: Casals.
- EDEBÉ: Equipo Edebé (1997). *Ciencias de la Naturaleza. 2º ESO*. Barcelona: Edebé.
- EDEBÉ: Equipo Edebé (2002). *Física y Química. 1º Bachillerato*. Barcelona: Edebé.
- EDITEX: Andrés, D.M., Antón, J.L. y Barrio, J. (1999). *Física y Química. 4º ESO*. Madrid: Editex.
- EDITEX: Andrés, D.M., Antón, J.L. y Barrio, J. (2003). *Física y Química. 1º Bachillerato*. Madrid: Editex.
- OXFORD EDUCACIÓN: Ballester, M. y Barrio, J. *Física y Química 1º bachillerato*, Oxford University Press (2002).
- OXFORD EDUCACIÓN: Barrio, J., Bermúdez, M.L., Faure, A. y Gómez, M.F. (2003a). *Ciencias de la Naturaleza. 2º ESO*. Oxford University Press.
- OXFORD EDUCACIÓN: Piñar, A.I. (2003b). *Física y Química. 4º ESO*. Oxford University Press.
- SANTILLANA: García, F., Martínez, J. y Mateos, L. (2003). *Física y Química. 4º ESO*. Madrid: Santillana.
- SANTILLANA: Carrascosa, J., Martínez, S. y Martínez, J. (2002). *Física y Química. 1º Bachillerato*. Madrid: Santillana.
- VICENS VIVES: Fernández, M.A., Mingo, B., Rodríguez, R., Torres, V., Martínez, M.J. y Boixadera, N. (2003). *Ciencias de la Naturaleza. Biosfera*. Barcelona: Vicens Vives.

[Artículo recibido en noviembre de 2004 y aceptado en mayo de 2006]

## ANEXO

## Protocolo del cuestionario utilizado para describir la posición que ocupan los cuerpos

**Experiencia 1***Tarea 1:*

P: Te encuentras en el instituto con un amigo que no conoce Cieza. ¿Cómo le explicas dónde está situada la plaza de toros?

Aquí tienes un lápiz, regla, compás, círculo graduado y el mapa de la ciudad de Cieza, te recuerdo que el mapa tiene una escala de un centímetro igual a cien metros en la realidad. ¿Cómo le explicarías con precisión a tu amigo dónde se encuentra la plaza de toros? El mapa utilizado está en <http://ayuntamiento.cieza.net/laciudad/callejero/index.html>.

*Tarea 2:*

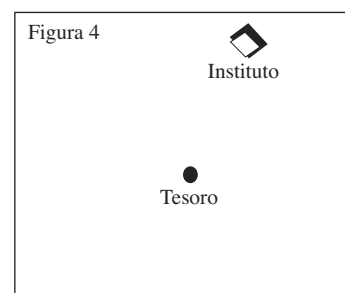
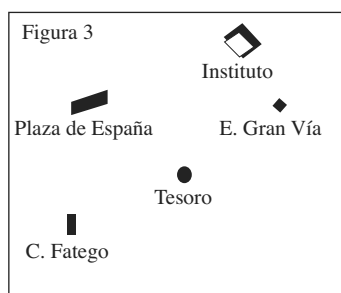
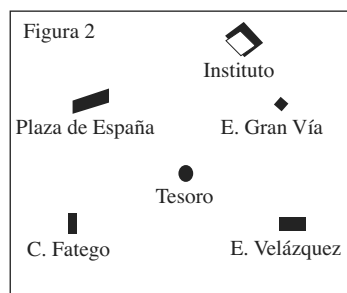
P: Imagínate que en Cieza ha ocurrido un desastre, todo ha quedado arrasado. Sólo ha quedado en pie el instituto, donde te encuentras tú y un compañero, y estos cuatro edificios (Figura 2). Además tú sabes que hay un tesoro, junto a muchos alimentos, enterrado y que es imprescindible para vuestra supervivencia. ¿Cómo le explicarías a tu compañero dónde se encuentra para que pudiera rescatarlo sin cavar mucho?

*Tarea 3:*

P: Si hubiesen quedado tres edificios y el instituto (Figura 3). ¿Cómo le explicarías a tu compañero dónde está el tesoro?

*Tarea 4:*

P: No ha quedado ningún edificio en pie, sólo el instituto donde te encuentras con tu compañero (Figura 4). ¿Cómo le explicarías dónde está el tesoro?

**Experiencia 2**

Encima de una mesa se coloca una cartulina recortada de manera asimétrica y redondeada, donde se coloca un muñeco y una chincheta de color verde.

*Tarea 1:*

Se coloca la chincheta verde y el muñeco en el plano de la mesa.

P: ¿Dónde está la chincheta verde con respecto al muñeco?

*Tarea 2:*

Se coloca una chincheta azul sujeta con una pinza a varios centímetros de altura sobre la mesa.

P: ¿Dónde está la chincheta azul con respecto al muñeco?

**Experiencia 3***Tarea 1:*

a) P: Dibuja un objeto situado lejos del instituto al Oeste

b) P: Dibuja un objeto situado a 600 metros del instituto al Sur

c) P: Dibuja un objeto situado a 750 metros al Sudoeste del instituto

d) P: Dibuja un objeto situado a 750 metros del instituto y a 20° del Sur hacia el Sudoeste

*Tarea 2:*

P: Coloca esta chincheta a 15 cm, 130 grados Norte y 12 cm de altura.

Para la realización de las experiencias 2 y 3 los entrevistados disponían de lápiz, regla, compás, círculo graduado y cartulina en la que se había dibujado la rosa de los vientos.