ENSEÑANZA DE LAS CIENCIA S
Núm. 32.1 (2014): 83-100

http://dx.doi.org/10.5565/rev/ensciencias.933
ISSN (impreso): 0212-4521 / ISSN (digital): 2174-6486

Incidencia del «aplicacionismo» en la integración de la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las ciencias experimentales

The incidence of 'applicationism' in the integration of mathematical modelling at university teaching of natural sciences

Berta Barquero
Departament de Didàctica de les CCEE i la Matemàtica, Facultat de Formació del Professorat, Universitat de Barcelona
bertabf@gmail.com

Marianna Bosch
Departament d'Estadística Aplicada, IQS, Universitat Ramon LLull
marianna.bosch@iqs.edu

Josep Gascón
Departament de Matemàtiques, Universitat Autònoma de Barcelona
gascon@mat.uab.cat

RESUMEN • Investigaciones recientes sobre la enseñanza y aprendizaje de la modelización matemática subrayan la existencia de fuertes restricciones institucionales que afectan su integración generalizada y a largo plazo en nuestros sistemas educativos. El estudio de estas restricciones y la forma cómo las nuevas propuestas educativas intentan superarlas aparece como un paso inevitable para la investigación en educación matemática. Desde el marco de la Teoría antropológica de lo didáctico, se propone una jerarquía de niveles de codeterminación didáctica como herramienta para detectar y analizar la emergencia de estas restricciones, y con el objetivo de saber en qué nivel es necesario actuar para instaurar las condiciones que se requieren para que la modelización pueda existir como una actividad normalizada. Vamos a centrarnos en el caso de la enseñanza universitaria de las matemáticas para las Ciencias Experimentales, poniendo especial atención en aquellas restricciones que proviene de la «epistemología dominante».

PALABRAS CLAVE: modelización matemática; niveles de codeterminación didáctica; dimensión ecológica; restricciones institucionales; recorridos de estudio e investigación.

ABSTRACT • Recent research on the teaching and learning of mathematical modelling highlights the existence of strong institutional constraints on the widespread and long-term diffusion of modelling practices into current educational systems. The study of these constraints and the way new teaching proposals can overcome them appear as an unavoidable step for research in mathematics education. Within the framework of the Anthropological theory of the didactic, a hierarchy of levels of didactic codetermination is proposed as a tool to detect and analyse the emergence of these constraints, to know at what level it is necessary to act to improve the conditions for mathematical modelling to exist as a normalized activity. The problem is focused on the special case of the teaching of mathematics in Natural Science faculties, paying particular attention to the constraints arising from the 'dominant epistemology' in these institutions.

KEYWORDS: mathematical modelling; levels of didactic codetermination; ecological dimension; institutional constraints; study and research paths.

Fecha de recepción: mayo 2012 • Aceptado: setiembre 2012

Barquero, B., Bosch, M. y Gascón, J. (2014). Incidencia del «aplicacionismo» en la integración de la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las ciencias experimentales. *Enseñanza de las Ciencias*, 32 (1), pp. 83-100

EVOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE LA INTEGRACIÓN DE LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA EN LOS ACTUALES SISTEMAS DE ENSEÑANZA

En la actualidad, parece no haber ninguna duda sobre la posibilidad y la necesidad de introducir a los estudiantes en una actividad matemática orientada hacia el estudio de *problemas aplicados* y de *modelización*. Este acuerdo es compartido por muchos investigadores y está apoyado por las nuevas orientaciones curriculares introducidas en nuestros sistemas educativos. Propone centrar la enseñanza de las matemáticas en el estudio de lo que denominamos «situaciones de la vida real» más que en los sistemas de contenidos matemáticos. Diversas investigaciones, con origen en distintos marcos teóricos, han mostrado cómo las actividades de modelización matemática pueden llegarse a desarrollar bajo condiciones adecuadas, en todos los niveles educativos y con casi todos los contenidos curriculares (por ejemplo, Aravena, Caamaño y Giménez, 2008; Gómez, 2003; Justi, 2006, y especialmente el 14th ICMI Study: *Applications and modelling in mathematics education*, publicado por Blum, Galbraith, Henn y Niss, 2002 y 2007, y los dos números de la revista *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 2006, 38(2) y 38(3)).

A pesar del acuerdo en establecer la modelización como una actividad normalizada, el problema de su implantación a gran escala constituye, hoy en día, uno de los problemas más urgentes y acuciantes. Diversos autores han empezado a apuntar la existencia de fuertes limitaciones que impiden la inclusión y la supervivencia de dichas prácticas en las aulas. Encontramos muchas manifestaciones de este hecho, por ejemplo, en Blum *et al.* (2002: 150) se describe la situación en los términos siguientes:

> While applications and modelling also play a more important role in most countries' *classrooms* than in the past, there still exists a substantial gap between the ideals of educational debate and innovative curricula on the one hand, and everyday teaching practice on the other hand. In particular, genuine modelling activities are still rather rare in mathematics lessons.

Kaiser (2006: 393) parece ir en la misma dirección cuando afirma:

> Since the last decades the didactic discussion has reached the consensus that applications and modelling must be given more meaning in mathematics teaching. […] However, international comparative studies on mathematics teaching carried out during the last years, especially in the PISA Study, have demonstrated that worldwide young people have significant problems with applications and modelling tasks.

Por su parte, Burkhardt (2008) enfatiza la existencia de dos realidades: por un lado, el progreso y los resultados esperanzadores de la investigación respecto de enseñanza de la modelización y, por otro lado, las enormes dificultades para su *integración a gran escala* en las aulas (*op. cit.*: 2091):

> [W]e know how to teach modelling, have shown how to develop the support necessary to enable typical teachers to handle it, and it is happening in many classrooms around the world. The bad news? 'Many' is compared with one; the proportion of classrooms where modelling happens is close to zero.

Para describir las dificultades encontradas en la difusión de la modelización, se han introducido diferentes expresiones como «counter-arguments» (Blum, 1991), «obstacles» (Kaiser, 2006), «dilemmas» (Blomhøj y Kjeldsen, 2006) o «barriers» (Burkhardt, 2006), señalando así una nueva dirección de investigación, que amplía la base del problema: del diseño, implementación y análisis de las prácticas de modelización se pasa al estudio de las condiciones que afectan la existencia, la permanencia y la evolución de dichas prácticas. Así, por ejemplo, en la investigación sobre las creencias de los profesores, Kaiser (2006: 399) define diferentes perfiles de profesores para explicar cómo algunas de sus creencias pueden convertirse en importantes obstáculos para la implementación de actividades de modelización, debido a que la naturaleza de los problemas contextualizados y aplicados no parecen compatibles con estas creencias. Por otro lado, situándose a un nivel más genérico, Burkhardt (2006: 190-193) destaca y discute la existencia de ciertas barreras que dificultan la inclusión a gran escala de la modelización matemática en los actuales currícula como, por ejemplo, la inercia del sistema de enseñanza, las mal recibidas situaciones del mundo real en algunas clases de matemáticas, el desarrollo profesional limitado de los profesores y el papel y la naturaleza de la investigación de las prácticas en el aula. Para poder superar estas restricciones, y muchas otras que aún desconocemos, el autor propone ciertas palancas (*levers*), como por ejemplo cambios en la descripción de los currícula, materiales bien diseñados para poder llevar a cabo y evaluar los cambios introducidos y cambios en la formación y desarrollo profesional de los profesores, que pueden facilitar cierto progreso en la incorporación, a gran escala, de las actividades de modelización matemática.

LA DIMENSIÓN ECOLÓGICA DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN SOBRE LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA

Con la descripción sobre el desarrollo del campo de investigación de «modelización y aplicaciones», queremos destacar la evolución que han ido mostrando las investigaciones en dicho campo que, inicialmente, parecían centrarse más en el problema de la descripción de la actividad de modelización a través de nociones como las de «competencias» o del denominado «ciclo de modelización» (Blomhøj y Jensen (2003); Blum y Leib, 2007, entre otros) y su utilización para el diseño y análisis de actividades de enseñanza. Aunque, en los trabajos más recientes, aparece una clara extensión de esta problemática hacia el estudio de las *restricciones* que dificultan y de las *condiciones* que deberían favorecer la integración real y generalizada de las prácticas de modelización en todos los niveles de enseñanza de las matemáticas. En esta misma dirección, postulamos que es necesario y fundamental para que la modelización pueda vivir con normalidad en nuestros sistemas de enseñanza, profundizar en este estudio al cual nos vamos a referir como la *dimensión ecológica del problema de la modelización matemática* y que podemos formular en los términos siguientes:

> ¿Qué *limitaciones* y *restricciones* dificultan o impiden que las matemáticas se enseñen, se aprendan, se estudien y se utilicen como herramientas de modelización en los actuales sistemas de enseñanza de las matemáticas? ¿Qué tipo de *condiciones* se requieren para hacer posible una integración generalizada de la modelización matemáticas en las prácticas educativas?

Situándonos explícitamente en el ámbito de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), se asume que *hacer matemáticas* consiste esencialmente en la actividad de producir, transformar, interpretar y ajustar modelos matemáticos con el objetivo de responder a cuestiones problemáticas que surgen en sistemas de todo tipo, por lo que la actividad matemática puede interpretarse como una *actividad de modelización* (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997; García, Gascón, Ruiz-Higueras y Bosch, 2006). Además, la mayoría de las investigaciones relativas a la modelización matemática y a su enseñanza, que se han llevado a cabo en el ámbito de la TAD, toman en consideración el problema de la «ecología» de las organizaciones matemáticas y didácticas (Chevallard, 1989; Artaud, 2007; Bolea, Bosch y Gascón, 2004; Barbé, Bosch, Espinoza y Gascón, 2005). Históricamente, los primeros análisis ecológicos en didáctica de las matemáticas se remontan al estudio de los procesos de transposición didáctica y de los fenómenos didácticos subyacentes (Chevallard, 1985; Bosch y Gascón, 2006).

En particular, este trabajo se centra en el estudio de las restricciones institucionales que afectan a la *integración generalizada de las prácticas de modelización matemática* en el caso de los primeros cursos universitarios de matemáticas para Ciencias Experimentales (CCEE) y se ha desarrollado con una doble metodología. Por un lado, hemos utilizado un tipo de observación *naturalista* (o *sin intervención*) del sistema de enseñanza universitario de las CCEE. Por otro lado, hemos desarrollado también una observación con *intervención participativa*, que ha consistido en el diseño, experimentación y análisis de un nuevo dispositivo didáctico, que denominamos Recorrido de Estudio e Investigación (REI), basado en el estudio y la modelización progresiva de cuestiones que surgen en el ámbito de las CCEE. En el ámbito de la TAD, los REI se proponen como un dispositivo didáctico privilegiado para dar cabida a la actividad de modelización en la enseñanza actual de las matemáticas porque permiten dar cabida a determinados *gestos del estudio* capaces de transformar la actividad escolar en la dirección de una verdadera actividad de investigación en CCEE en la cual la modelización matemática juega un papel *constitutivo* del saber científico (Barquero *et al.*, 2011).

En nuestro caso, el punto de partida del REI ha sido la cuestión generatriz en torno al estudio de la dinámica de poblaciones. Nuestra investigación sobre la implementación de los REI muestra cómo las cuestiones científicas pueden ser situadas satisfactoriamente en el origen y corazón de la actividad matemática que se propone en los estudios universitarios de CCEE. Hemos visto cómo el estudio de estas cuestiones, que inicia todo un proceso de modelización matemática, requiere la movilización de conocimientos matemáticos que acaban por recubrir prácticamente todo el programa de matemáticas de un primer curso universitario. En esta dinámica deja de tener sentido pensar en dos tipos de «lógicas» diferentes e independientes que gobiernan ambos mundos, el matemático y el del resto de disciplinas científicas. Es necesario pensar en un único mundo, el de la *actividad científica* en que la *modelización matemática* debe ser parte integrante.

Las modificaciones que hemos provocado, con las experimentaciones, muestran cómo el sistema de enseñanza «resiste» fuertemente a los cambios introducidos, sacando a la luz diversas restricciones transpositivas que limitan e impiden una evolución normal de las prácticas de modelización matemática en las aulas. Antes de desarrollar este punto, vamos a presentar una herramienta fundamental en este trabajo: los «niveles de codeterminación», introducidos por Chevallard (2002), que nos van a permitir analizar y situar en distintos niveles los diferentes tipos de condiciones y restricciones que afectan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y de la modelización matemática.

LA ESCALA DE NIVELES DE CODETERMINACIÓN DIDÁCTICA COMO HERRAMIENTA METODOLÓGICA PARA EL ANÁLISIS «ECOLÓGICO»

Los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas solo pueden existir si convergen un conjunto de condiciones que lo hacen posibles: la existencia de un proyecto educativo, la elección de un conjunto de contenidos que enseñar, los programas, los profesores y estudiantes agrupados en clases, los materiales de enseñanza, etc. Todas estas condiciones son a su vez factores que, mientras permiten que ciertos hechos sucedan, impiden que otros tengan lugar. En la búsqueda y diseño de nuevas propuestas educativas se deberían tomar en consideración todas estas condiciones y restricciones existentes si no queremos diseñar un conjunto de organizaciones didácticas «ideales» incapaces de «sobrevivir» bajo las condiciones normales de nuestros sistemas, y que se conviertan, como Chevallard (2002: 42) denomina, en solo un «mundo sobre el papel».

Para poder estudiar la «ecología» de las prácticas matemáticas que existen (o podrían existir) en las instituciones docentes y las posibles formas de construirlas, Chevallard introdujo una jerarquía de «niveles de codeterminación» que toma en consideración la incidencia mutua entre la forma de organizar la matemática y la forma de organizar su proceso de enseñanza y aprendizaje:

Civilización ⇔ Sociedad ⇔ Escuela ⇔ Pedagogía ⇔ Disciplina ⇔ Área ⇔ Sector ⇔ Tema ⇔ Cuestión

Niveles genéricos | *Niveles específicos al ámbito matemático*

Fig. 1. Escala de niveles de codeterminación didáctica

Esta escala abarca desde el nivel más genérico, el de nuestra *Civilización*, hasta aquellos niveles más específicos de la propia disciplina, los de los *temas* o las *cuestiones* matemáticas concretas. Nos vamos a referir a los niveles desde la *disciplina* a las *cuestiones* como los *niveles específicos*, los cuales variarán de una disciplina a otra, y tienen su origen en la forma concreta en que una disciplina se organiza y se estructura en diferentes subdivisiones (*áreas*, *sectores* y *temas*) en las distintas instituciones educativas. Por ejemplo, en España, un primer curso universitario de matemáticas para CCEE se suele estructurar alrededor de tres grandes *áreas*: cálculo, álgebra lineal y ecuaciones diferenciales, y estas a su vez se dividen en diferentes *sectores* –como los de: cálculo en una variables, calculo multi-variante, etc.– que, por su parte, contienen diferentes temas –límites, determinantes, derivadas– a los cuales pertenece cada cuestión o problema que hay que tratar.

En los *niveles superiores* de codeterminación podemos situar restricciones de tipo más genérico que proceden de la forma en la que nuestras sociedades, a través de las instituciones escolares (en un sentido general que incluye la universidad), organizan el estudio de las distintas disciplinas. Estas restricciones mutuas entre lo «matemático» y lo «didáctico» se refieren al papel y las funciones que tradicionalmente se asignan a los contenidos educativos y a la forma general de organizar las actividades de enseñanza y aprendizaje de las distintas disciplinas. Está claro que cualquier institución escolar establece ciertas condiciones que afectan las posibilidades de acción del profesor y de los estudiantes. Por ejemplo, el número de horas y las sesiones asignadas a cada disciplina y a cada tema, la posibilidad de interacción entre las distintas disciplinas, la forma de agrupar a los estudiantes (por edad, por nivel, por sexo, etc.), la organización del espacio en los centros, etc. Todas estas condiciones y restricciones pertenecen al nivel de la *escuela*, mientras que en el nivel de la *pedagogía* podemos situar la forma en que las distintas disciplinas se agrupan, se vinculan, se difunden, etc., por ejemplo, la decisión de presentar independientemente las diversas disciplinas, la delimitación de los límites de una disciplina o de los propios temas, los sistemas comunes de evaluación, son restricciones que pertenece a este nivel. Muy próximos a los niveles anteriores tenemos los niveles de la *sociedad* y de la *civilización* que hacen referencia a la forma que nuestras sociedades entienden la razón de ser, funciones y objetivos de los procesos educativos escolares.

A continuación, utilizaremos la escala de niveles de codeterminación didáctica como herramienta metodológica para situar y analizar el conjunto de condiciones y restricciones que, desde los niveles más específicos de la propia disciplina hasta los niveles más genéricos, condicionan la vida y el desarrollo de la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las CCEE. Además, nos permite reformular el problema «ecológico» de la modelización matemática de forma más concreta en los términos siguientes:

> ¿Qué tipo de *condiciones* se requieren y qué restricciones dificultan o impiden una integración generalizada de la modelización matemáticas en las prácticas educativas? ¿En qué *nivel de la escala de codeterminación* matemático-didáctica aparecen estas *restricciones* y en qué nivel deberíamos situarnos para poder considerarlas como *condiciones* «modificables»?

En nuestro estudio sobre las restricciones institucionales, hemos utilizado un tipo de observación «naturalista» de los sistemas de enseñanza universitarios de las CCEE para aproximarnos a las restricciones que aparecen en los *niveles genéricos* de codeterminación didáctica. Nos centraremos en este trabajo en describir algunas que provienen de la *epistemología dominante* en las comunidades científicas universitarias dejando para otra ocasión el estudio de las restricciones que provienen de la *pedagogía dominante*. Por otro lado, nuestra observación *con intervención* a partir de la implantación de los REI permite obtener evidencias sobre cómo el sistema «resiste» fuertemente a los cambios, sacando a la luz diversas *restricciones específicas* que limitan el desarrollo de estos nuevos dispositivos. Desde la TAD se asume que las restricciones y condiciones que podrían situarse en los niveles genéricos de codeterminación didáctica tienen una influencia directa en las más específicas. En otras palabras, muchas de las restricciones que surgen en los niveles específicos a menudo pueden ser explicadas como consecuencia de restricciones genéricas. Esta es la razón por la cual consideramos que es mejor analizar en primer lugar las restricciones genéricas. Sin embargo, a pesar de que la influencia recíproca parece menor, las restricciones genéricas también se ven afectadas por las condiciones y cambios que tienen lugar en los niveles más específicos de codeterminación didáctica, más accesibles a la intervención de los profesores e investigadores. Nuestras conclusiones finales acerca de las posibles formas de superar ciertas restricciones institucionales van a ir en esta dirección.

EL «APLICACIONISMO» COMO COMPONENTE ESENCIAL DE LA EPISTEMOLOGÍA DE LAS MATEMÁTICAS DOMINANTE EN LA ENSEÑANZA UNIVERSITARIA DE LAS CCEE

En el análisis de restricciones que aparecen en los niveles más genéricos de codeterminación matemático-didáctica, los niveles de la *pedagogía*, *escuela*, *sociedad* y *civilización*, nos vamos a centrar en indagar el papel de la que denominamos la «epistemología dominante» en la institución docente considerada, la universidad, y su incidencia en las posibles prácticas de enseñanza de las matemáticas en los primeros cursos universitarios de CCEE. Entendemos por «epistemología dominante (de las matemáticas)» la forma concreta en la que, nuestra sociedad, las universidades como instituciones docentes y, más concretamente, la comunidad de «agentes» que intervienen en los procesos de estudio de las matemáticas, los profesores universitarios (y los estudiantes), interpretan qué «son» las matemáticas, cómo se construyen, se describen y utilizan. Nuestra primera hipótesis es que uno de los principales componentes de esta epistemología dominante aparece en la forma concreta de interpretar, describir y conceptualizar la relación entre las matemáticas y las CCEE, que designaremos como «aplicacionismo» y que caracterizaremos a través de algunos indicadores que vamos a introducir a continuación. Antes debemos subrayar que el aplicacionismo como componente de la epistemología dominante no puede situarse solo en uno de los niveles genéricos de la escala, si no que, como forma general de interpretar la matemática, pertenece al nivel de la Sociedad (e incluso al de la Civilización). Aunque es difícil tener una concepción general de la disciplina sin tomar en cuenta la forma como esta se construye y se difunde, difícilmente podemos separar esta concepción de la Escuela (en particular, de la Universidad) y de sus niveles inferiores. Por tanto, postulamos que el aplicacionismo surge en los niveles genéricos de codeterminación aunque se manifiesta en los más específicos. Así, por ejemplo, una clara manifestación del «aplicacionismo» aparece en la mayoría de cursos de matemáticas para CCEE en las universidades españolas, cuando el estudio de la dinámica de poblaciones o las leyes de calentamiento de los cuerpos se utilizan como ejemplos de «aplicaciones» de las ecuaciones diferenciales, como si esta dinámica o estas leyes pudieran existir sin el instrumento matemático que les dé forma y como si, del mismo modo, las ecuaciones diferenciales tuvieran una existencia y un desarrollo independientes de cualquier problema extra-matemático.

Caracterización del «aplicacionismo» como componente de la epistemología dominante

Una de las principales características del «aplicacionismo» reside en la forma que tiene de restringir la noción de modelización matemática. Bajo su influencia, la actividad de modelización puede ser entendida e identificada como una mera «aplicación» del conocimiento matemático previamente construido o, en su caso más extremo, como una simple «ejemplificación» de las herramientas matemáticas en ciertos contextos extra-matemáticos artificialmente construidos con este propósito. Nos proponemos contrastar empíricamente hasta qué punto prevalece el «aplicacionismo» en las instituciones universitarias responsables de la formación en CCEE utilizando los siguientes indicadores que caracterizan lo que entendemos por «aplicacionismo» (Barquero *et al.*, 2010*a* y 2010*b*):

I_1: *Las matemáticas se mantienen independientes de las otras disciplinas* («purificación epistemológica»):[1] las herramientas matemáticas se consideran independientes de los sistemas extra-matemáticos y se aplican en todos los casos de la misma manera, independientemente del sistema considerado. Consideramos que un *sistema modelizable matemáticamente* es cualquier ámbito de la realidad, sin ningún tipo de restricción, en el cual se plantean cuestiones problemáticas cuya búsqueda de respuestas lleva a la construcción de modelos matemáticos y un trabajo en dichos modelos. En esta noción de «sistema» se incluyen tanto los *sistemas extra-matemáticos* (biológicos, físicos, geológicos, económicos, etc.) como los *intra-matemáticos*.

I_2: *Las herramientas matemáticas básicas son comunes para todos los científicos*: todos los estudiantes de CCEE deben seguir el mismo curso introductorio de matemáticas, no se concibe ningún tipo de especificidad (dependiendo de su especialidad: biología, geología, química, etc.).

I_3: *La organización de los contenidos matemáticos sigue la lógica de los conceptos* (la *lógica deductivista*) en lugar de ser construida considerando problemas de modelización con origen en las distintas disciplinas científicas. Todo ocurre como si hubiera una única forma de organizar los contenidos matemáticos y las diferentes formas de aplicarlos.

I_4: *Las aplicaciones siempre van después de la formación matemática básica*: los modelos se construyen a partir de los conceptos, propiedades y teoremas de cada tema y, una vez construidos, de forma totalmente independiente de cualquier sistema extra-matemático, se buscan sus posibles aplicaciones en cada ámbito particular de trabajo.

I_5: *Muchos sistemas extra-matemáticos pueden ser construidos sin ninguna referencia a las matemáticas*. En última instancia, podría prescindirse de las matemáticas en la enseñanza de las CCEE. Las matemáticas solo son útiles para ejemplificar los aspectos «cuantitativos» de ciertos fenómenos científicos que pueden explicarse cualitativamente sin hacer uso de las matemáticas.

Estos indicadores nos servirán como guía para llevar a cabo un estudio empírico que se propone contrastar la prevalencia del aplicacionismo en la enseñanza universitaria de las CCEE. Se basa en dos tipos de materiales empíricos: en el análisis de algunos discursos generales sobre las matemáticas que aparecen en los prefacios de los libros de texto y en los programas u otros documentos oficiales, y en los datos obtenidos de las respuestas a una encuesta y entrevistas a profesores responsables de la enseñanza de las CCEE en las instituciones universitarias.

1. Este indicador es más general que los otros, ya que se refiere a una característica de las matemáticas como disciplina científica, y no a la forma en que esta es enseñada.

El «aplicacionismo» en los programas de matemáticas y libros de consulta para las CCEE

Hemos recogido 32 programas de las asignaturas de matemáticas que se están impartiendo en los primeros cursos universitarios españoles de CCEE, como descriptores de las matemáticas que se proponen para ser enseñadas. Nos hemos centrado en el caso de los primeros cursos de geología, biología, química y ciencias ambientales. Los párrafos introductorios de estos programas indican generalmente que las asignaturas persiguen un doble propósito: por un lado, proporcionar una formación matemática básica [I_1, I_2] y, por otro lado, introducir a los estudiantes en la modelización matemática aplicada a cada especialidad científica [I_3, I_4]. Por ejemplo, en el caso del programa de la licenciatura de Geología de la Universidad Autónoma de Barcelona (UAB):

> Este programa pretende un doble objetivo. El primero y más importante es el de dar al estudiante una formación matemática básica, centrada en el álgebra lineal y en el cálculo diferencial en una variable, que le permita comprender el lenguaje de la Ciencia. El segundo es el de introducirlo en el campo de la Geología, es decir, en la modelización matemática, por medio de ejemplos sencillos que pueden ser analizados con las herramientas matemáticas introducidas previamente.

En el análisis más detallado de los contenidos matemáticos de los cursos, destacamos que estos se organizan en distintos «temas», «módulos» o «sectores» que siguen una organización muy estándar basada en sus contenidos matemáticos principales (límites, derivadas, integración, diagonalización, ecuaciones diferenciales, etc.), cada uno incluyendo las correspondientes definiciones, propiedades, teoremas, pruebas, tipos de problemas y técnicas asociadas. Se pueden distinguir tres grandes bloques o áreas de contenidos: álgebra lineal, cálculo diferencial e integral en una variable y ecuaciones diferenciales [I_3]. Los apartados de los programas que hacen referencia a la modelización matemática se plantean siempre con posterioridad y como una consecuencia de lo que se considera la formación matemática básica [I_4]. Las referencias a las aplicaciones quedan más explícitas al examinar los contenidos de las asignaturas, donde se observa que la parte del programa que se dedica al estudio de los modelos matemáticos es muy pequeña, cuando no es completamente inexistente. Además, observamos que esta organización «tradicional» de los contenidos de enseñanza sitúa el componente teórico (definiciones, propiedades, teoremas, etc.), en el origen de la actividad matemática y, en consecuencia, se tiende a construir tipos de problemas muy cerrados y aislados para obtener así ejemplificaciones de cada una de las nociones o propiedades de cada tema [I_3, I_4].

De forma similar, los prólogos y la organización de los contenidos de algunos de los libros más recomendados por los programas de las asignaturas de estos cursos nos ayudan a seguir contrastando la presencia del aplicacionismo. Buen ejemplo de ello son los libros Salas y Hille (1995) y Anton (2003) para la introducción al ámbito del cálculo y del álgebra lineal respectivamente. Como explican ambos prólogos, su principal objetivo es el de introducir a los estudiantes al «lenguaje básico común» para todo científico de forma totalmente independiente a la especialidad disciplinar científica de la que se trate [I_1, I_2]. Encontramos en el prólogo de Salas y Hille (1995:7) una descripción bastante clara de lo que se plantea como el objetivo del libro y del papel otorgado a las aplicaciones:

> A lo largo de los años hemos escuchado un continuo murmullo crítico: SALAS/HILLE no tiene suficiente relación con la ciencia y la ingeniería, no tiene suficientes aplicaciones físicas. Hemos acabado por abordar este problema. En esta edición usted encontrará algunas aplicaciones físicas sencillas, repetidas a lo largo del texto y, aquí y allá, como temas opcionales, algunas aplicaciones que no son tan sencillas. Puede que algunas de estas llame la atención de los estudiantes más serios. A pesar de la mayor presencia de aplicaciones, este libro sigue siendo un texto de matemáticas, no de ciencia o ingeniería. Trata del cálculo y el énfasis se pone en tres ideas básicas: el límite, la derivada, la integral. Todo lo demás es secundario; todo lo demás puede ser omitido […].

La organización que presentan estos libros vuelve estructurarse en torno a ciertos bloques temáticos que se rigen a partir de la más pura lógica deductivista. Por ejemplo, en el caso de Salas y Hille (1995) encontramos distribuidos en varios capítulos lo correspondiente a cada bloque temático (respetando los títulos): «Límites y continuidad; Diferenciación; el Teorema del valor medio y aplicaciones; Integración; Algunas aplicaciones de la integral; Funciones transcendentes; Técnicas de integración; Secciones cónicas; Sucesiones; Series infinitas; etc.» [I_3]. Las referencias a las aplicaciones, tal como aclaran los autores, cuando éstas no son nulas, aparecen al finalizar cada capítulo y como ejemplificación de las herramientas matemáticas que han sido presentadas en cada bloque. En la mayoría de los casos, aparecen en un apartado añadido bajo el nombre de «ejercicios adicionales» cuya naturaleza corresponde a una ampliación del campo de problemas tratables con las técnicas matemáticas introducidas en el mismo capítulo [I_4].

El «aplicacionismo» en boca de profesores e investigadores en CCEE

Nuestra hipótesis de que el aplicacionismo es la forma dominante de interpretar la relación entre las matemáticas y las CCEE en las instituciones docentes universitarias requiere otros datos empíricos a parte del análisis de los programas y de los libros de texto que acabamos de resumir. Por ello indagaremos en los discursos que elaboran los profesores e investigadores universitarios cuando se les pregunta por los criterios utilizados para el diseño y la gestión de la enseñanza de matemáticas para las CCEE. Dada la ausencia de discursos oficiales al respecto e incluso de un vocabulario específico para describir el tipo de matemáticas que se enseñan, se utilizan o se difunden en las distintas prácticas universitarias (docencia e investigación), nos proponemos hacer hablar a los propios «actores» de dichos sistema de enseñanza. Para ello nos hemos visto forzados a distinguir entre distintas subinstituciones, según si consideramos investigadores en CCEE o en matemáticas, distinguiendo además entre las distintas CCEE, según el grado de matematización de las mismas (física y química, por una parte, biología, geología y ciencias ambientales, por otra).

Con este objetivo, nuestro estudio se ha basado, en una primera fase, en el análisis de los datos obtenidos a través de una encuesta elaborada a partir de los indicadores que caracterizan lo que entendemos por «aplicacionismo» y que constó finalmente de cinco afirmaciones frente a las cuales se solicitó a un total de 30 encuestados que las valorasen en una escala del 1 al 5 según si se estaba totalmente en desacuerdo (1) o totalmente en acuerdo (5). En la segunda fase, los resultados de las encuestas, en muchos casos bastante contundentes, se complementan con cuatro entrevistas a docentes de departamentos de Biología y Geología de la UAB con el objetivo de darles la oportunidad de ampliar sus respuestas.

1. Las matemáticas que se enseñan en el primer curso universitario de Biología son diferentes de las que se enseñan en el resto de las licenciaturas en CCEE.

2. En el ámbito de la enseñanza, en general las matemáticas se introducen de forma independiente a los sistemas biológicos que se pueden modelizar matemáticamente.

3. La enseñanza de las matemáticas en el primer curso de Biología está estructurada (temas, cuestiones y problemas) en base a una problemática de carácter matemático y no en base a una problemática biológica.

4. En la enseñanza de las matemáticas en el primer curso de Biología, se enseñan las matemáticas sólo después de que surja su necesidad en el estudio de un sistema biológico.

5. Se podría enseñar toda la carrera de Biología utilizando las matemáticas únicamente para analizar los aspectos cuantitativos de los fenómenos biológicos (en otras palabras, se podría hacer un estudio relativamente profundo de los fenómenos biológicos sin utilizar matemáticas).

Fig 2. Encuesta distribuida en el caso del Departamento de Biología (UAB)

Frente a la primera de las afirmaciones (tabla 1), más del 50% de los profesores encuestados (16 de los 30) se mostraron en desacuerdo con el hecho que las matemáticas que se enseñan en sus correspondientes disciplinas científicas sean diferentes de las enseñadas para el resto de CCEE. Se admite así la poca especificidad que las matemáticas adoptan cuando éstas son enseñadas para una CCEE particular [I_2].

Tabla 1	Frecuencia	%
1. Totalmente en desacuerdo	8	26.7
2. En desacuerdo	8	26.7
3. Neutro	4	13.3
4. De acuerdo	3	10
5. Totalmente de acuerdo	1	3.3
6. Lo desconozco	6	20
Total	30	100

El entrevistado C indica lo siguiente:

> Creo que las diferencias que se pueden llegar a generar entre los programas no tienen porqué ser diferencias muy significativas, el lenguaje matemático es único y la atracción por las matemáticas puede venir desde perspectivas científicas muy distintas pero esta siempre es la misma. Creo que solo son los detalles los que marcan la diferencia, los ejemplos, las adaptaciones [...].

El acuerdo más claro que hemos encontramos ha sido frente a la segunda de las afirmaciones (tabla 2) donde el 93% se muestra de acuerdo (un 50% de acuerdo y un 43% totalmente de acuerdo) con el hecho de que las matemáticas se introducen de forma independiente a los sistemas científicos[2] [I_1].

Tabla 2	Frecuencia	%
3. Neutro	2	7
4. De acuerdo	15	50
5. Totalmente de acuerdo	13	43
Total	30	100

En referencia a la tercera afirmación, el 90% muestra su acuerdo (cerca de un 37% totalmente de acuerdo; tabla 3) sobre que las matemáticas que son enseñadas se estructuran en base a una problemática de naturaleza matemática y no de naturaleza científica: biológica, geológica, etc. [I_3]

Tabla 3	Frecuencia	%
1. Totalmente en desacuerdo	0	0
2. En desacuerdo	3	10
3. Neutro	0	0
4. De acuerdo	16	53.3
5. Totalmente de acuerdo	11	36.7
Total	30	100

Añade el entrevistado C:

> Creo que esta (la matemática enseñada) aún está decantada hacia tratar una problemática matemática, pero no sé si esto es malo, me parece muy natural. Cuando decía que los programas no tenían que ser completamente diferentes y que las diferencias deberían estar en los ejemplos, implica que me parecía bien que los programas de matemáticas para físicos y para biocientíficos no establezcan grandes diferencias y compartan un cuerpo común, y este no puede ser el físico, el químico o el biológico, este tiene que ser el matemático [...].

De nuevo, bastante claro ha sido el desacuerdo con la cuarta de las afirmaciones, cerca de un 47% totalmente en desacuerdo y un 40% en desacuerdo (tabla 4), sobre que las matemáticas se enseñan sólo después de que surja su necesidad en el estudio de fenómenos científicos [I_4].

Tabla 4	Frecuencia	%
1. Totalmente en desacuerdo	14	46.7
2. En desacuerdo	12	40
3. Neutro	3	10
4. De acuerdo	1	3.3
Total	30	100

2. Nos referimos a sistema «científico» como aquel sistema extra-matemático en el cual se plantean cuestiones problemáticas propias de las CCEE.

La opinión aportada por el entrevistado D muestra su desacuerdo:

> Lo que se hace debería ir en contra de la ética de la universidad, los alumnos ya han escogido lo que quieren hacer, entonces nunca van a entender porque se les da una matemática desvinculada de lo que ellos han escogido. Así, ¡un curso más de matemáticas por la matemática! Esto no lo entienden [...].

En referencia a la última de las afirmaciones, relacionada con el indicador más extremo del aplicacionismo [I_5], encontramos las opiniones divididas en dos grupos con sólo un 10% manteniéndose en la opción neutral (tabla 5). Cerca de un 47% lo encontramos en el grupo que se manifiestan en desacuerdo al hecho que sería posible enseñar una carrera en CCEE reservando las matemáticas solo para aquellos aspectos cuantitativos. Pero lo sorprendente y, en nuestra opinión ciertamente preocupante, es que cerca del 44% se muestra de acuerdo con esta afirmación que induce al hecho de pensar que sería posible realizar un estudio relativamente completo y profundo de los fenómenos científicos sin utilizar matemáticas.

Tabla 5	Frecuencia	%
1. Totalmente en desacuerdo	5	16.7
2. En desacuerdo	9	30
3. Neutro	3	10
4. De acuerdo	10	33.3
5. Totalmente de acuerdo	3	10
Total	30	100

Los entrevistados también se dividen entre estas dos opiniones. Los que se manifiestan de acuerdo con la posibilidad añaden:

> Sí, se podría perfectamente. He comentado casos (de alumnos) que han hecho toda la carrera sin haber aprobado las matemáticas, aún peor, que ni lo han intentado.» (Entrevistado A). «De poder se podría, pero quedaría algo coja, sería entonces una disciplina meramente descriptiva [...]. Pero para realizar un estudio más profundizado o establecer relaciones entre fenómenos ya no se puede hacer descriptivamente, se necesitan matemáticas (Entrevistado B).

Y en clara contraposición se muestra el entrevistado C:

> Absolutamente que no. De hecho es que no se puede prescindir en ninguna carrera. Uno debe tener la capacidad de no asustarse frente a un planteo abstracto para cualquier disciplina, y en ciencias aún más, sería una barbaridad que alguien se planteara quitarlas o que dijera que no son necesarias, todo el mundo cuando se proponga hacer predicciones o modelaje lo necesitará.

Restricciones a la vida de la modelización matemática derivadas del aplicacionismo

Como hemos visto en el análisis de los programas, de los prólogos de libros de texto y de la encuesta y las entrevistas a los profesores, la comunidad académica universitaria tiende a establecer *una distinción neta entre las matemáticas y el resto de CCEE*. Se supone además que ambos «mundos» evolucionan con lógicas independientes y sin ninguna interacción. Todos los datos analizados muestran su acuerdo con que las matemáticas enseñadas en los primeros cursos universitarios de CCEE presentan una estructura muy estereotipada y cristalizada que no se mezcla con los sistemas que se modelizan y que, además, nunca se «modifican» como consecuencia de ser aplicadas. En todos los casos, esta forma de organizar la enseñanza de las matemáticas reproduce la lógica interna de las propias matemáticas. No sorprende entonces que la separación radical entre matemáticas y CCEE impida a los estudiantes considerar *las matemáticas como una herramienta constitutiva* de las CCEE y, de esta forma, poder valorar la necesidad de su aprendizaje.

Otra de las restricciones derivadas del aplicacionismo sobre la vida de la modelización matemática se pone de manifiesto en la organización habitual de los programas de matemáticas que se imparten en los estudios de CCEE. En efecto, ni la estructura que se da a los contenidos, ni la forma de desarrollarlos en clase da la posibilidad de llevar a cabo un trabajo de *construcción de modelos matemáticos* como primer paso para estudiar cuestiones problemáticas que surgen en ámbitos científicos cercanos a la especialidad escogida por los estudiantes. La *razón de ser* de la matemática enseñada, esto es, las cuestiones matemáticas o extramatemáticas a las cuales los contenidos matemáticos escolares dan respuesta, no forma parte de los programas de estudio. En la enseñanza universitaria de CCEE la «actividad de modelización» se restringe y limita a la simple ilustración o ejemplificación puntual y anecdótica de ciertos modelos preestablecidos aplicados a determinados sistemas dotados de una problemática fijada de antemano. Esta ausencia de cuestiones «generadoras» en las instituciones responsables de la enseñanza de CCEE es una clara consecuencia del «euclidianismo» o «modelo euclidiano», si utilizamos la terminología de Lakatos (1976) para designar el modelo epistemológico general de las matemáticas dominante en dicha institución, modelo este que da prioridad a la lógica teórica de la construcción de los conceptos (en contraposición a la *lógica heurística*) y que fundamenta el «aplicacionismo».

RESTRICCIONES QUE SURGEN EN LOS NIVELES ESPECÍFICOS DE CODETERMINACIÓN DIDÁCTICA

Las restricciones genéricas que acabamos de describir se han detectado a partir de lo que hemos denominado una «observación naturalista» del sistema de enseñanza. Las restricciones que aparecen en los niveles específicos de codeterminación didáctica son más difíciles de detectar pues no se manifiestan de forma «espontánea» y tienden a pasar desapercibidas por los propios sujetos de la institución. En esta sección introduciremos algunas de estas restricciones específicas que hemos detectado durante el trabajo experimental de implantación de los Recorridos de Estudio e Investigación (REI) en torno al estudio de la dinámica de poblaciones (Barquero *et al.*, 2011), lo que hemos llamado la «observación con intervención».

La experimentación de los REI se desarrolló durante cinco cursos académicos, del 2005/06 al 2009/10, con estudiantes de primer curso de ingeniería técnica industrial (especialidad en química industrial, medio ambiente) de la Escuela Técnica y Superior de Ingeniería (ETSE) de la Universitat Autònoma de Barcelona (UAB). Su experimentación se realizó en paralelo con los dispositivos tradicionales «clases de teoría» y «clases de problemas» dentro de un dispositivo nuevo denominado «Taller de modelización matemática». El taller se inició con el estudio de una cuestión generatriz Q sobre cómo predecir la evolución del tamaño de una población conociendo su evolución en algunos periodos de tiempo, cuestión que constituyó el hilo conductor de todo el proceso didáctico. Para poder dar respuesta a Q, se requirió la construcción de distintos modelos matemáticos. Al estudiar la relación entre las distintas cuestiones y las sucesivas respuestas que se iban generando a partir de los modelos, aparecieron nuevas cuestiones que forzaron la construcción de modelos cada vez más ricos y complejos para proseguir con el estudio de Q. Se originó, en definitiva, un proceso de ampliaciones sucesivas de los modelos matemáticos considerados que acabó recubriendo el programa de estudios para un primer curso de matemáticos para CCEE a nivel universitario.

Al margen de la variabilidad de estas cinco experimentaciones, se pusieron de manifiesto un conjunto de regularidades que nos permiten describir el conjunto de condiciones que facilitaron el desarrollo de tales dispositivos y el conjunto de restricciones que podrían, a largo plazo, poner en riesgo su viabilidad. Situándonos en los *niveles específicos* de codeterminación didáctica, la primera restricción que debemos destacar y que puede situarse en los niveles de las *áreas,* los *sectores*, los *temas* y las *cuestiones* hace referencia a la organización tradicional imperante de los contenidos matemáticos en las instituciones universitarias en las que nos situamos. El trabajo realizado en el taller llevó a los estudiantes a recurrir a la mayor parte de los contenidos del curso de matemáticas (cálculo en una y varias variables, álgebra lineal y ecuaciones diferenciales). Sin embargo, durante el desarrollo del taller estos contenidos fueron apareciendo en un orden y con una *organización muy distinta a la estructura clásica* que aparece en la mayoría de los programas. Para mantener una cierta coherencia con la división de la asignatura en tres áreas distintas, la realización del taller condujo a dividir el proceso de estudio en tres problemáticas distintas: una primera fase que se centró en el estudio de la dinámica en tiempo discreto de poblaciones con generaciones separadas (modelos discretos unidimensionales: sucesiones recurrentes); la segunda fase dedicada al estudio en tiempo discreto de poblaciones con generaciones mezcladas (modelos discretos multidimensionales: matrices de transición y de Leslie) y la tercera al estudio de la evolución de las poblaciones en tiempo continuo (ecuaciones diferenciales y sistemas de ecuaciones diferenciales). Mientras que, como consecuencia del «aplicacionismo», la forma «tradicional» y «dominante» de organizar la enseñanza de las matemáticas sigue la «lógica de los conceptos matemáticos», podemos afirmar que el taller fue dirigido por la «lógica de las cuestiones problemáticas» que progresivamente iban apareciendo. El mantener una coherencia entre las dos lógicas de construcción fue una dificultad manifiesta durante todo el desarrollo del taller.

Una segunda restricción a la vida normal de la modelización matemática es la ausencia institucional de las nociones, conceptos y discursos –una *tecnología matemática*, en el sentido de la TAD– que son imprescindibles para poder *hablar* del trabajo de modelización (como, las propias nociones de «sistema», «modelo», «hipótesis que modifican el sistema», etc.) y poder *institucionalizarlo*.

Durante la experimentación de los REI, se pudieron identificar otras restricciones importantes (que podemos situar al nivel de la *pedagogía*) relacionadas con las dificultades para mantener viva la *cuestión generatriz* durante todo su proceso de estudio. En un REI, esta cuestión generatriz debe ser el *hilo conductor* de todo el proceso de estudio y el *motor generador* de las diversas cuestiones cruciales que lo estructuran. Solo así las matemáticas se constituyen en un instrumento para dar respuesta a las sucesivas cuestiones generadas progresivamente. Sin embargo, los estudiantes están acostumbrados a trabajar con actividades bastante «independientes» y «atomizadas» que se llevan a cabo durante un tiempo reducido. Raras veces un mismo problema se estudia en varias sesiones de trabajo y, mucho menos, a lo largo de todo curso, como fue nuestro caso.

Para poder hacer frente a las dos restricciones planteadas, el diseño del REI tuvo que integrar algunos *dispositivos didácticos* como, por ejemplo, la creación y elección de la figura del «secretario de la semana» que se encargaba de sintetizar las cuestiones y respuestas que habían sido tratadas la semana anterior, la entrega y defensa por parte de los grupos de trabajo de *informes parciales* en los que se incluía las principales cuestiones tratada y las pendientes de estudiar, etc., dispositivos que quedan lejos de la cultura escolar tradicional (Barquero *et al.*, 2010*a* y 2011).

Si nos situamos al nivel de la *disciplina*, la implantación de los REI muestra la necesidad de modificar profundamente el *contrato didáctico tradicional* a nivel universitario. Para poder llevar a cabo actividades de modelización matemática, es necesario romper con la rigidez de la estructura clásica de «clases de teoría –clases de problemas– examen» y ceder a los estudiantes la máxima autonomía y responsabilidad, negociando explícitamente muchos de los aspectos que suelen quedar implícitos y bajo la responsabilidad exclusiva del profesor: la propuesta de nuevas cuestiones que estudiar, la formulación de hipótesis, la selección de herramientas matemáticas, la planificación del tiempo dedicado a cada actividad, el contraste experimental, el uso de herramientas informáticas, la redacción y defensa de informes con respuestas parciales, la evaluación de estas respuestas, etc. Por su parte, el profesor tiene que pasar a asumir un nuevo papel y optar por actuar como *director del proceso de estudio* potenciando la autonomía progresiva de los estudiantes, en lugar de optar por una instrucción de carácter «autoritario» (o incluso «dictatorial»). A pesar de las reticencias iniciales mostradas por los estudiantes, los cambios introducidos con los REI –trabajo en grupo, formulación de cuestiones, redacción y defensa de los resultados obtenidos en base a las cuestiones estudiadas y las respuestas obtenidas– fueron siendo progresivamente aceptados. Esta autonomía asumida por los estudiantes durante el transcurso de los REI es una condición imprescindible para poder desarrollar una verdadera actividad de modelización matemática.

CONCLUSIONES: CONDICIONES PARA LA INTEGRACIÓN DE LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA

Usando la metáfora «ecológica», podemos decir que para que la modelización matemática pueda «vivir» con normalidad en las instituciones docentes, es necesario estudiar las *condiciones* que se requieren y las *restricciones* que impiden que este tipo de actividades matemáticas puedan ser desarrolladas. En este sentido, la TAD aparece como una línea prioritaria de investigación para el estudio de las restricciones institucionales que afectan los procesos de enseñanza y aprendizaje de la modelización matemática, tomando en consideración los distintos niveles de codeterminación didáctica. Más allá de analizar las restricciones que afectan a las actividades en el aula, se propone estudiar en qué niveles –es decir, en qué instituciones intermedias (desde «los temas propios de las matemáticas» hasta el nivel de «la civilización occidental» en nuestro caso)– es necesario actuar para poder mejorar las condiciones que harían posible una integración generalizada de las actividades de modelización, en particular en el ámbito de CCEE.

Como el objetivo es crear las *condiciones* apropiadas para que la modelización matemática pueda existir como actividad normalizada en una institución particular, se podría pensar inicialmente en intervenir directamente sobre los modelos epistemológicos y didácticos de esta institución. Sin embargo, nuestra experiencia nos ha permitido evidenciar que esta estrategia no parece muy prometedora porque conduce a intentar incidir directamente sobre unos modelos que están anclados en una cultura sólidamente establecida en la sociedad. Por ello es que, como una posible vía fructífera para abordar el problema de cómo consolidar la modelización matemática como una práctica habitual en los cursos de CCEE, proponemos introducir nuevos *dispositivos didácticos* que, en su conjunto, permitan modificar los *gestos del estudio* con el fin de transformar la actividad científica escolar. Postulamos que este cambio en la actividad científica escolar provocará, de hecho, cambios en la pedagogía escolar y acabará modificando, a largo plazo, los modelos epistemológicos y didácticos dominantes en la institución docente considerada.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se ha realizado en el marco de los proyecto I+D+i: EDU2012-39312-C03-01, EDU2012-39312-C03-03 y EDU2012-32644 del Ministerio de Economía y Competitividad del Gobierno de España

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Anton, H. (2003). *Introducción al álgebra lineal*. Editorial Limusa. Grupo Noriega Editores.

Aravena, M., Caamaño, C. y Giménez, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(1), 2008, pp. 49-92.

Artaud, M. (2007). Some Conditions for Modelling to Exist in Mathematics Classrooms. En W. Blum, P. L. Galbraith, H-W. Henn, y M. Niss (eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 371-377). New York: Springer.
http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_40

Barbé, J., Bosch, M., Espinoza, L., y Gascón, J. (2005). Didactic restrictions on the teacher's practice. The case of limits of functions in Spanish High Schools. *Educational Studies in Mathematics*, 59, pp. 235-268.
http://dx.doi.org/10.1007/s10649-005-5889-z

Barquero, B., Bosch, M. y Gascón, J. (2010*a*). Ecología de la modelización matemática: Restricciones transpositivas en las instituciones universitarias. En A. Bronner, M. Larguier, M. Artaud, M. Bosch, Y. Chevallard, G. Cirade, & C. Ladage (eds.). *Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action*. Montpellier: Université de Montpellier.

Barquero, B., Bosch, M. y Gascón, J. (2010*b*). The 'ecology' of mathematical modelling: Constraints to its teaching at University level. En V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne y F. Arzarello (eds.). *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2146-2155). Lyon: INRP 2010. www.inrp.fr/editions/cerme6.

Barquero, B., Bosch, M. y Gascón, J. (2011). Los Recorridos de Estudio e Investigación y la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las Ciencias Experimentales. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 29(3), pp. 339-352.

Blomhøj, M. y Jensen, T.H. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications*, 22, 123-139.
http://dx.doi.org/10.1093/teamat/22.3.123

Blomhøj, M. y Kjeldsen, T.H. (2006). Teaching mathematical modelling through project work - Experiences from an in-service course for upper secondary teachers, *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), pp. 163-177.

Blum, W. (1991). Applications and modelling in mathematics teaching – a review of arguments and instructional aspects. En M. Niss, W. Blum y I. Huntley (eds.). *Teaching of mathematical modelling and applications* (pp.10-29). Chichester: Ellis Horwood.

Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H-W. y Niss, M. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 51(1/2), pp. 149-171.
http://dx.doi.org/10.1023/A:1022435827400

Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H-W. y Niss, M. (eds.). (2007). *Modelling and aplications in mathematics education: The 14th ICMI Study*. New York: Springer.
http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1

Blum, W. y Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with modeling problems? In C. Haines *et al.* (Eds.), *Mathematical Modelling. Education, Engineering and Economics.* (pp. 222-231). Ellis Horwood, Chichester.
http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1

Bolea P., Bosch M. y Gascón J. (2004). Why is modelling not included in the teaching of algebra at secondary school? *Quaderni di Ricerca in Didattica*, 14, pp. 125-133.

Bosch, M. y Gascón, J. (2006). Twenty-five years of the didactic transposition. *ICMI Bulletin*, 58, pp. 51-63.

Burkhardt, H. (2006). Modelling in Mathematics Classrooms: reflections on past developments and the future, *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), pp. 178-195.

Burkhardt, H. (2008). Making mathematical literacy a reality in classrooms. In D. Pitta-Pantazi & G. Pilippou (Eds.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2090-2100). Larnaca: University of Cyprus.

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné.* Grenoble, France: La Pensée Sauvage (2d edition 1991).

Chevallard, Y. (1989). Le passage de l'arithmétique a l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collège - Deuxième partie. Perspectives curriculaires: la notion de modélisation. *Petit x*, 19, pp. 45-75.

Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude : 3. Ecologie & régulation. *XIe école d'été de didactique des mathématiques (Corps, 21-30 de agosto de 2001)* (pp. 41-56). Grenoble: La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y., Bosch, M., y Gascón, J. (1997). *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje.* Barcelona: Horsori.

García, F.J., Gascón, J., Ruiz-Higueras, L. y Bosch, M. (2006). Mathematical modelling as a tool for the connection of school mathematics, *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 38(3), pp. 226-246.

Gómez, J.V. (2003). La modelización matemática: una herramienta válida en la enseñanza de las matemáticas universitarias. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas,* 42, 37-46.

Justi, R. (2006). La enseñanza de las ciencias basada en modelos. *Enseñanza de las Ciencias: Revista de investigación y experiencias didácticas*, 24(2), pp. 173-184.

Kaiser, G. (2006). The mathematical beliefs of teachers about applications and modelling. En J. Novotná *et al.* (eds.). *Mathematics in the centre. Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3 (pp. 393-400). Prague: Charles University.

Lakatos, I. (1976). Proofs and Refutations: The logic of mathematical discovery. En J. Worrall y E. Zahar (eds.). Cambridge University Press.
http://dx.doi.org/10.1017/CBO9781139171472

Salas, S. y Hille, E. (1995). *Calculus.* Barcelona: Editorial Reverté.

The incidence of 'applicationism' in the integration of mathematical modelling at university teaching of natural sciences

Berta Barquero
Departament de Didàctica de les CCEE i la Matemàtica,
Facultat de Formació del Professorat, Universitat de Barcelona
bertabf@gmail.com

Marianna Bosch
Departament d'Estadística Aplicada, IQS,
Universitat Ramon LLull
marianna.bosch@iqs.edu

Josep Gascón
Departament de Matemàtiques, Universitat Autònoma de Barcelona
gascon@mat.uab.cat

Besides the progress made in establishing modelling as a normalized activity in some controlled processes of teaching and learning Mathematics, recent research on the teaching and learning of mathematical modelling highlights the existence of strong institutional constraints on the large-scale dissemination of modelling practices into current educational systems at all school levels. The study of these constraints and the way new teaching proposals can overcome them appear as an urgent and intricate task for research in Mathematics education.

This paper approaches the aforementioned problem, showing its formulation within the framework of the Anthropological theory of the didactic (ATD) from where we postulate that it is essential, in order to 'normally' integrate modelling activity, to carry out an in-depth analysis of all the necessary conditions required and the constraints that hinder (or prevent) its large-scale development in the current educational institutions. We will refer to this study as the ecological problem of mathematical modelling. Within the framework of the ATD, a hierarchy of levels of didactic codetermination is used as a tool to detect and analyse the emergence of these constraints, not only to reach the variety of constraints acting on the classroom activities, but also to know at what level it is necessary to act to improve the conditions for mathematical modelling to exist as a normalized activity. This hierarchy goes from the most generic levels, from Civilization (as opposed, for instance, to ancient ones) to Discipline, that is, 'Mathematics' considered generally, to the most concrete ones, those of the subjects or questions that are at the core of the didactic process considered (Chevallard, 2002).

The problem is approached in the special case of the teaching of Mathematics in Natural Science faculties. Our study of the institutional constraints that affect a first-year course of Mathematics in a Natural Science programme has been developed following a double methodology. On the one hand, we have used a 'naturalistic' (or without intervention) observation of the educational systems on which we focus, that is, the Natural Sciences university teaching, to approach the constraints that appear at the generic levels of didactic codetermination. In this paper we focus on those coming from the 'dominant epistemology', that is, the way our society, the university as an institution and, more particularly, the community of university teachers and students, understand what mathematics is and what its relation is to Natural Sciences. Our first hypothesis is that one of the main components of this dominant epistemology appears in a concrete way of interpreting, describing and conceptualizing the relationship between Mathematics and Natural Sciences, that we call 'applicationism'. One of the main characteristics of 'applicationism' is that it terribly restricts the notion of mathematical modelling. Under its influence, modelling activity is understood and identified as a mere 'application' of previously constructed mathematical knowledge or, in the extreme, as a simple 'exemplification' of mathematical tools in some extra-mathematical contexts artificially built in advance to fit these tools. We will introduce what we understand by 'applicationism' using some indicators that are used as a guide for our empirical study to contrast the prevalence of 'applicationism' in the university teaching of natural sciences. This study was based, in a first step, on the analysis of teaching materials (syllabi and textbook prefaces), followed by the analysis of the discourses of university teachers and researchers when they were asked about the criteria used to design and manage Mathematics teaching in Natural Sciences degrees.

On the other hand, we made an observation with participative intervention to find out and describe constraints that appear in the specific levels of didactic codetermination. The 'intervention' consists of the local implementation of a new didactical device called a Study and research paths (SRP) to facilitate the inclusion of mathematical modelling in educational systems and, more importantly, to explicitly situate mathematical modelling problems at the centre of teaching and learning practices. The particular SRP in this paper focused on the study of population dynamics and was experimented for five academic years, see also Barquero, Bosch & Gascón (2011). Because of our familiarity with the university system and the way it organises the teaching of mathematics, most of its features become 'natural' to the observer and, thus, 'transparent' or invisible. The modification of this system shows how the system 'resists' to the changes introduced, bringing to light the specific constraints that limit this development and that could, in the long run, put its viability at risk.

Key words Mathematical modelling, levels of didactic codetermination, ecological dimension, institutional constraints, study and research paths.